8. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · 90+ SÜRÜMÜ · VARYASYON A

Bölenden Köke: 1. Yazılıya Adım Adım

Bu not, 1. yazılının bütün kapsamını tek yerde topluyor: her konu kısa bir anlatım ve şekillerle başlıyor, ardından **Derinleşelim** kutuları "neden böyle?" sorusunu cevaplıyor. Örnekler **Kolay**, **Orta** ve **Zor** diye sıralı; birini çözmeden sonrakine geçme. En sonda konuları karıştıran bir **90+ Atölyesi** ve puanlamasıyla birlikte **2 prova** (Temel ve 90+ Zorluk) seni bekliyor. Buradaki her kural LGS'de de karşına çıkacak; yazılıya çalışırken LGS'ye de zemin hazırlamış olacaksın.

Sınav bilgisi ve kapsam

MEB, 8. sınıf için de 1. dönem ortak yazılı konu soru dağılım tablosunu yayımladı (6 senaryo). **Sınavın tarihini ve süresini okulundan öğrenmelisin.**

Kazanım	Konu	Soru sayısı
M.8.1.1.1	Pozitif tam sayıların çarpanları, üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazma	0–1
M.8.1.1.2	EBOB ve EKOK hesaplama, ilgili problemler	1–3
M.8.1.1.3	İki doğal sayının aralarında asal olup olmadığı	0–1
M.8.1.2.1	Tam sayıların tam sayı kuvvetleri	0–1
M.8.1.2.2	Üslü ifadelerle ilgili temel kurallar	1–3
M.8.1.2.3	Ondalık gösterimi 10'un tam sayı kuvvetleriyle çözümleme	0–1
M.8.1.2.4	Bir sayıyı 10'un farklı tam sayı kuvvetleriyle ifade etme	0–2
M.8.1.2.5	Bilimsel gösterim ve karşılaştırma	0–1
M.8.1.3.1	Tam kare sayılar ve kareköklerı	0–1
M.8.1.3.2	Tam kare olmayan kareköklü sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğu	0–1
M.8.1.3.3	a√b şeklinde yazma ve katsayıyı kök içine alma	0–2

Senaryo ne demek? Okulundaki matematik öğretmenleri bu 6 senaryodan birini seçer. Bazı senaryolarda kareköklü ifadeler yer almaz. Hangi senaryonun seçildiğini öğretmenine sor; emin olamazsan hepsine çalış. Kaynak: MEB ÖDSGM 8. sınıf konu soru dağılım tablosu.

Tam puan için cevap yazma

Yazılı soruları açık uçludur: öğretmen yalnızca sonucu değil, **sonuca giden yolu** da puanlar. EBOB-EKOK problemlerinde "neden EBOB, neden EKOK?" sorusuna verdiğin cevap ayrıca puan alır.

Puan parçası	Öğretmenin baktığı şey
Veri	Sorudaki sayıları ve birimleri doğru aktardın mı? (cm mi m mi, dakika mı saat mi)
Yöntem	EBOB mu EKOK mu, neden? Asal çarpanlara ayırmayı (merdiven ya da ağaç) **göster**. Üslü sorularda tabanları eşitlediğin adımı yaz.
Sonuç	Üslü ifade en sade hâlinde mi? Bilimsel gösterimde $1 \le a < 10$ mu? a√b'de kökün içinde tam kare çarpan kaldı mı?

Birim	cm, m, dakika, saat, adet... Saat sorularında bulduğun süreyi başlangıç saatine eklemeyi unutma.
Gerekçe	"Aralarında asal mı, hangisi büyük, neden?" sorularında EBOB'u ya da karşılaştırmayı yazıp bir cümleyle gerekçelendir.

Mini örnek: Okul pistinde Defne bir turu 6 dakikada, Mert 9 dakikada koşuyor. Saat 09.00'da başlangıç çizgisinden birlikte çıktılar. Başlangıç çizgisinde ilk kez yeniden ne zaman buluşurlar?

Zayıf cevap

18

Neden EKOK olduğu yazılmamış, işlem yok, birim yok; üstelik soru saat istiyor. Sayı doğru olsa da puanın yarısı bile garanti değil.

Tam puanlık cevap

"İlk kez yeniden birlikte" → **EKOK**.

$6 = 2 \cdot 3$, $9 = 3^2$ → EKOK $= 2 \cdot 3^2 =$ **18 dakika**.

09.00 + 18 dakika → saat **09.18**'de buluşurlar.

1. Çarpanlar ve asal çarpanlara ayırma

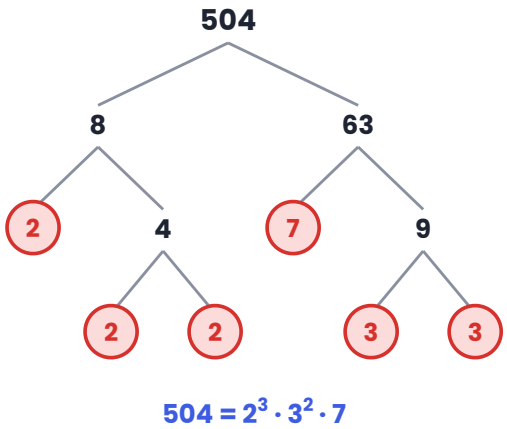
M.8.1.1.1

Bir pozitif tam sayıyı kalansız bölen pozitif tam sayılara o sayının **çarpanları (bölenleri)** denir. Çarpanları eksiksiz bulmak için **çarpım çiftlerini** küçükten başlayarak yaz: 1 × 96, 2 × 48, 3 × 32, 4 × 24, 6 × 16, 8 × 12. Sıradaki aday (9, 10, 11) bölmüyor, 12 ise zaten listede; çiftler ortada buluştuğu anda dur.

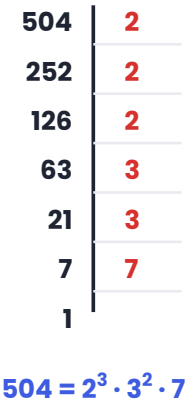


18'in çarpanları: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Şekil 1. Her çarpan çifti, alanı 18 birim kare olan bir dikdörtgenin kenarlarıdır.



Şekil 2. Çarpan ağacı: her dalı asal sayıya (kırmızı daire) ulaşana kadar böl.



Şekil 3. Bölen merdiveni: en küçük asaldan başla, 1 kalana kadar böl. $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

KOLAY **Örnek 1: Okulun spor şenliğinde 96 öğrenci, her sırada eşit sayıda öğrenci olacak şekilde dizilecek. 96'nın bütün pozitif çarpanlarını bul ve 96'yı asal çarpanlarının üslü ifadelerinin çarpımı şeklinde yaz.**

Çarpım çiftleri: 1·96, 2·48, 3·32, 4·24, 6·16, 8·12 → çarpanlar: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96 (**12 tane**).
Bölen merdiveni: 96 → 48 → 24 → 12 → 6 → 3 → 1 (bölenler 2, 2, 2, 2, 2, 3) → **$96 = 2^5 \cdot 3$**

Taktik: Çarpan sayısını listelemeden bulabilirsin: sayıyı asal çarpanlarına ayır, her üsse 1 ekle ve çıkan sayıları çarp. $96 = 2^5 \cdot 3^1 \rightarrow (5+1) \cdot (1+1) = 12$ çarpan. Listeyi yazdıktan sonra bu yolla say; bir çarpanı atladıysan hemen fark edersin.

Sık yapılan hata

- 1'i asal sayı saymak. 1 asal değildir; en küçük asal sayı 2'dir.
- "Asal çarpanları nelerdir?" sorusuna 2, 2, 2, 2, 2, 3 yazmak. Asal çarpanlar farklı asallardır: 96 için yalnızca 2 ve 3.
- Çarpan listesine 1'i ya da sayının kendisini yazmayı unutmak.

Derinleşelim: Çarpan sayısı formülü neden doğru?

- $108 = 2^2 \cdot 3^3$. 108'in her çarpanı, 2'den **0, 1 ya da 2 tane** (3 seçenek) ve 3'ten **0, 1, 2 ya da 3 tane** (4 seçenek) alınarak oluşur. Seçimler birbirinden bağımsız → $3 \cdot 4 = 12$ çarpan.
- "Üsse 1 ekle" kuralındaki +1, o asaldan **hiç almama (üs 0)** seçeneğidir.
- **Asal çarpanlara ayırma tektir:** 108'i $4 \cdot 27$ diye de $9 \cdot 12$ diye de ayırmaya başlasan sonunda $2^2 \cdot 3^3$ bulursun.
- **Çarpan sayısı tek olan sayılar tam karedir:** Çarpanlar ikişer ikişer eşleşir; yalnızca tam karede bir çarpan kendisiyle eşleşir ($49 = 7 \cdot 7$). 49'un çarpanları 1, 7, 49: 3 tane.

$108 = 2^2 \cdot 3^3$

	3^0	3^1	3^2	3^3
2^0	**1**	3	**9**	27
2^1	2	6	18	54
2^2	**4**	12	**36**	108

Şekil 4. 108'in her çarpanı, 2'nin bir kuvveti (3 seçenek) ile 3'ün bir kuvvetinin (4 seçenek) çarpımıdır: $3 \cdot 4 = 12$ çarpan. Turuncu kutular tam kare çarpanlardır (1, 9, 4, 36).

ORTA **Örnek 2: Okulun 210 öğrencisi tören alanında dikdörtgen bir düzende sıralanacak. 210 sayısını asal çarpanlarına ayır, çarpan sayısını formülle bul ve çarpanları listeleyerek kontrol et.**

210 → 105 → 35 → 7 → 1 (bölenler 2, 3, 5, 7) → **$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$**.
Çarpan sayısı: $(1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) =$ **16**.
Liste (çarpım çiftleri): 1·210, 2·105, 3·70, 5·42, 6·35, 7·30, 10·21, 14·15 → 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210: 16 tane, formülle aynı.

ZOR **Örnek 3: $B = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ sayısı veriliyor. a) B'nin kaç pozitif çarpanı vardır? b) Bu çarpanlardan kaç tanesi tek sayıdır? c) Kaç tanesi 9'un katıdır? d) Kaç tanesi 10'un katıdır? Her birini gerekçesiyle bul.**

Her çarpan $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ biçimindedir; $a \in \{0, 1, 2\}$, $b \in \{0, 1, 2, 3\}$, $c \in \{0, 1\}$.
a) $3 \cdot 4 \cdot 2 =$ **24** çarpan.
b) Tek olması için hiç 2 olmamalı: $a = 0$ (1 seçenek) → $1 \cdot 4 \cdot 2 =$ **8**.
c) $9 = 3^2$'nin katı için $b \geq 2$: $b \in \{2, 3\}$ → $3 \cdot 2 \cdot 2 =$ **12**.
d) $10 = 2 \cdot 5$'in katı için $a \geq 1$ ve $c = 1$: $2 \cdot 4 \cdot 1 =$ **8**.

> **Tuzak**
>
> Formülü uygulamadan önce bütün tabanların **asal** olduğunu kontrol et. $54 = 6 \cdot 9$ yazıp $(1+1)(1+1) = 4$ demek yanlış; 6 ve 9 asal değil. Doğrusu $54 = 2 \cdot 3^3 \rightarrow (1+1)(3+1) = \mathbf{8}$ çarpan. "Tek çarpan, 9'un katı olan çarpan" gibi sorularda her üssün alabileceği değerleri küme olarak yazarsan şaşırmazsın.

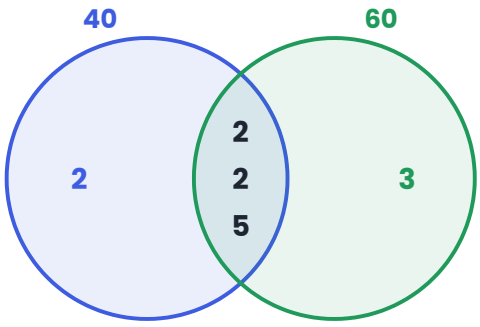
2. EBOB, EKOK ve aralarında asal sayılar

M.8.1.1.2 · M.8.1.1.3

EBOB (en büyük ortak bölen): verilen sayıların hepsini kalansız bölen en büyük sayı. **EKOK** (en küçük ortak kat): verilen sayıların hepsinin katı olan en küçük pozitif sayı.

40	60	2 ikisi de bölündü
20	30	2 ikisi de bölündü
10	15	2 yalnız biri
5	15	3 yalnız biri
5	5	5 ikisi de bölündü
1	1	

Şekil 5. Ortak bölen merdiveni. EBOB = yeşillerin çarpımı = 2·2·5 = 20; EKOK = bütün bölenlerin çarpımı = 2·2·2·3·5 = 120

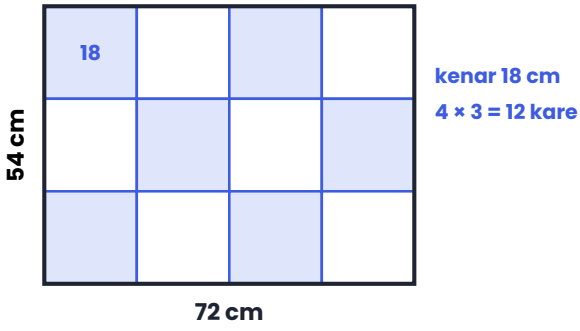


Şekil 6. 40 = 2·2·2·5 ve 60 = 2·2·3·5 asal çarpanlarının Venn şeması.

$EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b) = a \cdot b$ Kontrol: $20 \cdot 120 = 2400 = 40 \cdot 60$

Problemde hangisi?

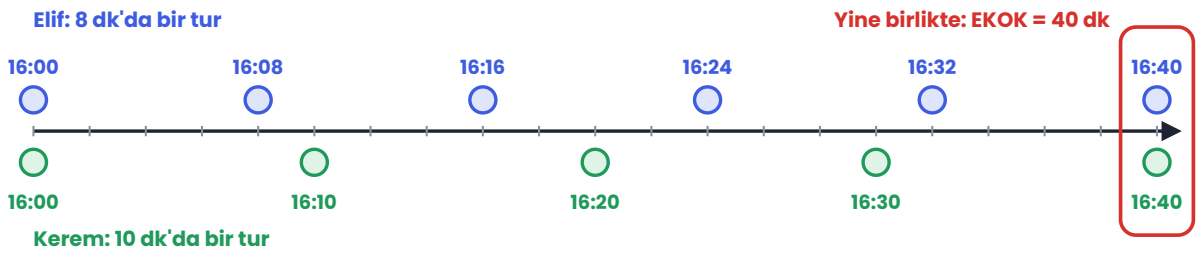
EBOB (küçültme, parçalama)	EKOK (büyütme, birleşme)
"En büyük", "eşit parçalara", "en az sayıda", "artmayacak şekilde bölmek", kare kartonla kaplama, eşit gruplar, bayrak/fidan dikme	"En küçük", "birlikte", "yeniden aynı anda", "ilk kez", zil-antrenman-tur süreleri, dikdörtgenleri yan yana dizerek kare oluşturma



Şekil 7. En büyük kare karton: kenar = EBOB(72, 54) = 18 cm.

KOLAY **Örnek 4: Kütüphanedeki 72 cm × 54 cm'lik duyuru panosu, boşluk kalmayacak şekilde eş kare kartonlarla kaplanacak. Kartonun kenarı en fazla kaç cm olur? Kaç karton gerekir?**

$72 = 2^3 \cdot 3^2$, $54 = 2 \cdot 3^3 \rightarrow$ EBOB $= 2 \cdot 3^2 =$ **18 cm**. Uzun kenara $72 \div 18 = 4$, kısa kenara $54 \div 18 = 3$ karton $\rightarrow 4 \cdot 3 =$ **12 karton**.



Şekil 8. "Birlikte, yeniden, ilk kez aynı anda" gördüğünde aklına EKOK gelsin.

KOLAY **Örnek 5: Yüzme antrenmanında Elif havuzda bir turu 8 dakikada, Kerem 10 dakikada tamamlıyor. Saat 16.00'da başlangıç noktasından birlikte çıktılar. İlk kez yeniden başlangıç noktasında birlikte ne zaman olurlar?**

$8 = 2^3$, $10 = 2 \cdot 5$ → EKOK = $2^3 \cdot 5 = 40$ dakika → saat **16.40**

Aralarında asal: EBOB'u 1 olan iki doğal sayıya aralarında asal denir. Sayıların kendilerinin asal olması gerekmez: 9 ve 16 asal değildir, ama ortak bölenleri yalnızca 1 olduğu için aralarında asaldır. 21 ve 35'in ise ortak böleni 7 olduğundan aralarında asal değildir.

Taktik: Soruyu okurken kendine sor: "Bulacağım sonuç verilen sayılardan küçük mü, büyük mü?" Küçükse EBOB (parça, karton, grup), büyükse EKOK (birlikte, yeniden). Ardışık iki doğal sayı her zaman aralarında asaldır (15 ve 16 gibi). Aralarında asal iki sayının EKOK'u çarpımlarıdır: EKOK(9, 16) = 144.

Sık yapılan hata

- Karton sorusunda kenarı bulup "kaç karton" kısmını cevapsız bırakmak.
- Saat sorusunda EKOK'u bulup başlangıç saatine eklememek (cevap 40 değil, 16.40).
- "Aralarında asal" ile "asal" kavramlarını karıştırmak: 9 ve 16 aralarında asaldır ama ikisi de asal değildir.

Derinleşelim: EBOB ve EKOK'un arkasındaki fikir

- **Üslerle düşün:** EBOB = ortak asal çarpanların **küçük** üslüleri, EKOK = bütün asal çarpanların **büyük** üslüleri. $40 = 2^3 \cdot 5$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ → EBOB = $2^2 \cdot 5 = 20$, EKOK = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.
- **EBOB · EKOK = a · b neden?** Her asal için küçük üs + büyük üs, iki sayıdaki üslerin toplamına eşittir. Bu eşitlik yalnızca **iki** sayı için geçerlidir.
- **Kalanlı problemler:** "4, 6 ve 10'a bölündüğünde hep 3 kalanını veren" sayı = EKOK'un katı + 3. "Her seferinde 2 eksik kalan" sayı = EKOK'un katı − 2.
- **Aralarında asal ve kesir:** a/b kesri sadeleşmiyorsa a ile b aralarında asaldır. Aralarında asal iki sayının EBOB'u 1, EKOK'u çarpımlarıdır.

ORTA **Örnek 6: Okul kütüphanesindeki yeni kitaplar 4'erli, 6'şarlı ya da 10'arlı paketlendiğinde her seferinde 3 kitap artıyor. Kitap sayısı 150 ile 200 arasında olduğuna göre kaç kitap vardır?**

Kitap sayısından 3 çıkarırsak 4, 6 ve 10'un ortak katı olur → sayı = EKOK · k + 3.
$4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3$, $10 = 2 \cdot 5$ → EKOK = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.
60k + 3: 63, 123, 183, 243… 150 ile 200 arasında yalnızca **183** var. Kontrol: $183 = 4 \cdot 45 + 3 = 6 \cdot 30 + 3 = 10 \cdot 18 + 3$.



Şekil 9. Çevre 312 m, aralık 12 m: kapalı çizgide bayrak sayısı = 312 ÷ 12 = 26 (köşeler dahil).

ZOR **Örnek 7: 96 m × 60 m boyutlarındaki dikdörtgen futbol sahasının çevresine, dört köşeye de gelmek şartıyla eşit aralıklarla bayrak dikilecek. a) En az kaç bayrak gerekir? b) Köşelerdekiler kırmızı, diğerleri mavi olacaksa kaç mavi bayrak gerekir?**

"En az bayrak" → aralık **en büyük** olmalı. Köşelere bayrak gelmesi için aralık hem 96'yı hem 60'ı bölmeli → **EBOB**.
$96 = 2^5 \cdot 3$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ → EBOB = $2^2 \cdot 3 = 12$ m.
a) Çevre: $2 \cdot (96 + 60) = 312$ m. Kapalı çizgide bayrak sayısı = 312 ÷ 12 = **26 bayrak**.
b) 4 köşe kırmızı → 26 - 4 = **22 mavi bayrak**.

ZOR **Örnek 8: a ve b aralarında asal iki doğal sayıdır, a < b ve a · b = 72'dir. Bu koşulu sağlayan bütün (a, b) çiftlerini bul. a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır? Gerekçesiyle açıkla.**

$72 = 2^3 \cdot 3^2$. a ile b aralarında asal olduğu için aynı asal çarpan ikisinde birden bulunamaz: $2^3 = 8$ tamamen bir sayıya, $3^2 = 9$ tamamen diğerine gider (ya da biri hepsini alır).
Çiftler: (1, 72) ve (8, 9). Örneğin (4, 18) olmaz, çünkü EBOB(4, 18) = 2.
Toplamlar: 1 + 72 = 73, 8 + 9 = 17 → en küçük toplam **17**.

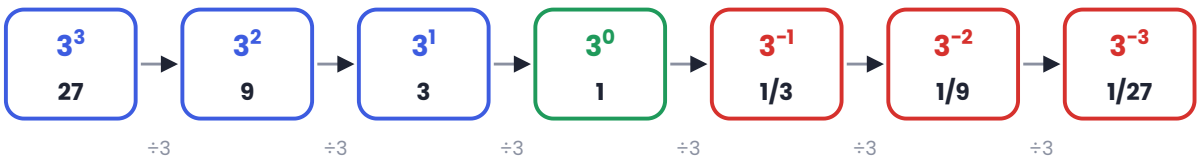
Tuzak

Bayrak, direk, lamba sorularında çizginin **kapalı** mı **açık** mı olduğuna bak. Sahanın çevresi kapalıdır: bayrak sayısı = çevre ÷ aralık (312 ÷ 12 = 26). 96 m'lik düz bir koşu yolunun iki ucuna da bayrak dikilirse: 96 ÷ 12 + 1 = **9**. Ayrıca EBOB · EKOK = a · b kuralını üç sayıya uygulama: EBOB(6, 8, 12) · EKOK(6, 8, 12) = 2 · 24 = 48, oysa 6 · 8 · 12 = 576.

3. Üslü ifadeler

M.8.1.2.1 · M.8.1.2.2

a^n, a sayısının kendisiyle n kez çarpımıdır: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$. **Sıfırıncı kuvvet:** $a \neq 0$ için $a^0 = 1$. **Negatif kuvvet:** $a^{-n} = 1 / a^n$.



Şekil 10. Üs 1 azaldıkça değer 3'e bölünür. Bu yüzden $3^0 = 1$ ve $3^{-2} = 1/3^2 = 1/9$ olur.

Negatif tabanda işaret	
$(-3)^2 = 9$	Çift kuvvet → pozitif
$(-3)^3 = -27$	Tek kuvvet → negatif
$-3^2 = -9$	Parantez yok! Kuvvet yalnızca 3'e ait
$(-2)^{-2} = 1/4$	$1 / (-2)^2 = 1/4$
$(3/2)^{-2} = 4/9$	Kesir ters döner, üs pozitife geçer

Üslü ifade kuralları	
$a^m \cdot a^n$	$= a^{m+n}$
$a^m \div a^n$	$= a^{m-n}$
$(a^m)^n$	$= a^{m \cdot n}$
$a^n \cdot b^n$	$= (a \cdot b)^n$
$a^n \div b^n$	$= (a \div b)^n$

KOLAY **Örnek 9: $2^7 \cdot 2^{-4}$**

Tabanlar aynı, üsler toplanır: $2^{7+(-4)} = 2^3 = \mathbf{8}$

KOLAY **Örnek 10: $(3^2)^3 \div 3^4$**

Üssün üssü çarpılır: $3^6 \div 3^4 = 3^2 = \mathbf{9}$

KOLAY **Örnek 11: $4^2 \cdot 25^2$**

Üsler aynı: $(4 \cdot 25)^2 = 100^2 = \mathbf{10\,000}$

ORTA **Örnek 12: $16^2 \cdot 8^{-3}$**

Tabanları eşitle: $(2^4)^2 \cdot (2^3)^{-3} = 2^8 \cdot 2^{-9} = 2^{-1} = \mathbf{1/2}$

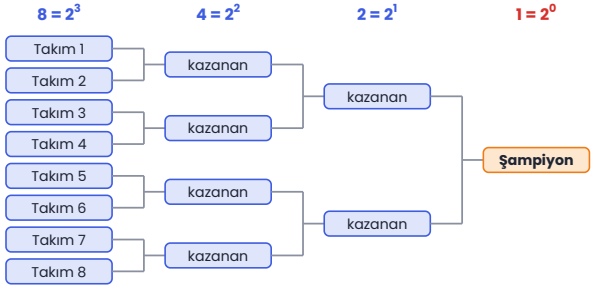
Taktik: Tabanlar farklıysa önce **ortak tabana** çevir: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $32 = 2^5$, $64 = 2^6$, $9 = 3^2$, $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, $243 = 3^5$. Bu listeyi ezbere bilirsen üslü soruların çoğu tek satırda biter. 4 ile 25, 2 ile 5 gibi çarpımı 10'un kuvveti olan tabanları da yan yana gördüğün an birleştir.

Sık yapılan hata

- $3^2 \cdot 3^5 = 3^{10}$ yazmak. Çarpmada üsler **toplanır**: 3^7.
- $3^2 + 3^2 = 3^4$ sanmak. Toplamada böyle bir kural yok: $9 + 9 = 18 = 2 \cdot 3^2$.
- -3^2 ile $(-3)^2$'yi aynı sanmak: biri -9, diğeri 9.
- 3^{-2}'yi -9 bulmak. Negatif üs sayıyı negatif yapmaz, kesre çevirir: 1/9.

Derinleşelim: Üs kuralları nereden geliyor?

- **$a^0 = 1$:** $3^4 \div 3^4 = 81 \div 81 = 1$; kurala göre de $3^{4-4} = 3^0$. İkisi eşit olmalı. (0^0 tanımsızdır.)
- **$a^{-n} = 1/a^n$:** Üs 1 azaldıkça değer a'ya bölünür (Şekil 10).
- **Toplamada ortak çarpan:** $2^6 + 2^6 = 2 \cdot 2^6 = 2^7$; $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6$. Kural yok, sayma var: kaç tane aynı terim varsa onunla çarp.
- **Karşılaştırma:** Tabanları ya da üsleri eşitle. $2^{60} = (2^3)^{20} = 8^{20}$, $3^{40} = (3^2)^{20} = 9^{20}$ → 3^{40} daha büyük.



Şekil 11. Eleme turnuvasında her turda takım sayısı yarıya iner: $8 = 2^3$ takımdan 3 turda $2^0 = 1$ şampiyon kalır. $32 = 2^5$ takımlı bir turnuva 5 tur sürer.

ORTA **Örnek 13: $(-3)^{-2} \cdot 9^2 \div (-27)^{-1}$ işleminin sonucunu bul.**

$(-3)^{-2} = 1/(-3)^2 = 1/9 \cdot 9^2 = 81 \cdot (-27)^{-1} = -1/27$.
Soldan sağa: $(1/9) \cdot 81 = 9$; sonra $9 \div (-1/27) = 9 \cdot (-27) = \mathbf{-243}$.

ZOR **Örnek 14: $2^{10} + 2^{10} + 2^{11} = 4^n$ ise n kaçtır?**

İlk iki terim aynı: $2^{10} + 2^{10} = 2 \cdot 2^{10} = 2^{11}$.
Şimdi $2^{11} + 2^{11} = 2 \cdot 2^{11} = 2^{12}$.
Tabanı 4 yap: $2^{12} = (2^2)^6 = 4^6 \rightarrow$ **n = 6**.

ZOR **Örnek 15: 2^{60}, 3^{40} ve 7^{20} sayılarını küçükten büyüğe sırala. Hesap makinesi kullanmadan gerekçesini yaz.**

Üsler 60, 40, 20: hepsi 20'nin katı → üsleri 20'de eşitle.
$2^{60} = (2^3)^{20} = 8^{20}$; $3^{40} = (3^2)^{20} = 9^{20}$; 7^{20}.
Üsler eşitse tabanı büyük olan büyüktür: $7 < 8 < 9 \rightarrow$ **$7^{20} < 2^{60} < 3^{40}$**.

Tuzak

Negatif işaret ile negatif üs farklı şeylerdir. $(-3)^{-2} = 1/(-3)^2 = 1/9$, ama $-3^{-2} = -(1/3^2) = -1/9$. Bir de tabanları da üsleri de farklı olan ifadeler birleştirilemez: $2^3 \cdot 3^2 \neq 6^5$ ($8 \cdot 9 = 72$, oysa $6^5 = 7776$).

4. 10'un kuvvetleri ve bilimsel gösterim

M.8.1.2.3 · M.8.1.2.4 · M.8.1.2.5

Ondalık bir sayının her basamağı 10'un bir kuvvetine karşılık gelir: virgülün solundaki ilk basamak 10^0, sağındaki ilk basamak 10^{-1}. Değeri 0 olan basamak çözümlemede yazılmayabilir.



Şekil 12. $708{,}35 = 7{\cdot}10^2 + 0{\cdot}10^1 + 8{\cdot}10^0 + 3{\cdot}10^{-1} + 5{\cdot}10^{-2}$ (onlar basamağı 0)

Aynı sayı, farklı kuvvetler: $0{,}036 = 36 \cdot 10^{-3} = 3{,}6 \cdot 10^{-2} = 0{,}36 \cdot 10^{-1}$. Virgülü bir basamak sağa kaydırınca üs 1 azalır; sola kaydırınca 1 artar. Sayının değeri hiç değişmez.
Bilimsel gösterim: $a \cdot 10^n$ şeklinde, **$1 \leq a < 10$** ve n tam sayı.



Şekil 13. 0,00042 sayısının bilimsel gösterimi: $4{,}2 \cdot 10^{-4}$

KOLAY **Örnek 16: Ülkenin en büyük kütüphanesinde yaklaşık 3 700 000 kitap bulunuyor. Bu sayıyı bilimsel gösterimle yaz.**

Virgül 6 basamak sola kayarak 3,7 elde edilir → **$3{,}7 \cdot 10^6$** kitap

KOLAY **Örnek 17: $6{,}1 \cdot 10^{-4}$ ile $2{,}3 \cdot 10^{-3}$ sayılarını karşılaştır.**

Önce üslere bak: $-3 > -4$, yani $10^{-3} > 10^{-4}$. Bilimsel gösterimde üssü büyük olan daha büyüktür: **$2{,}3 \cdot 10^{-3} > 6{,}1 \cdot 10^{-4}$** ($0{,}0023 > 0{,}00061$).

Taktik: "Büyük sayı → pozitif üs, 0 ile 1 arasındaki sayı → negatif üs." Üssü bulmak için virgülün kaç basamak kaydığını say. Karşılaştırırken önce üslere bak; üsler eşitse a değerlerini karşılaştır. Sayılar bilimsel gösterimde değilse önce hepsini bilimsel gösterime çevir.

Sık yapılan hata

- $48 \cdot 10^5$'i bilimsel gösterim sanmak. 48 > 10 olduğu için doğrusu $4{,}8 \cdot 10^6$.
- 0,00042 için üssü -3 bulmak. Virgülün kaç basamak kaydığını tek tek say: 4 basamak → 10^{-4}.
- $6{,}1 \cdot 10^{-4}$ ile $2{,}3 \cdot 10^{-3}$ karşılaştırmasında 6,1'e bakıp yanılmak: 0,00061 < 0,0023.

Derinleşelim: Bilimsel gösterimle işlem ve birim dönüşümü

- **Çarpma/bölme:** a'ları kendi arasında, 10'un kuvvetlerini kendi arasında işle; sonra a'yı 1 ile 10 arasına getir: $(5 \cdot 10^4) \cdot (6 \cdot 10^3) = 30 \cdot 10^7 = 3 \cdot 10^8$.
- **Neden $1 \le a < 10$?** Böylece her sayının yalnızca bir bilimsel gösterimi olur ve karşılaştırma önce üslere bakılarak yapılabilir.
- **Birimler 10'un kuvvetidir:** 1 km = 10^3 m, 1 cm = 10^{-2} m, 1 mm = 10^{-3} m; 1 ms (milisaniye) = 10^{-3} s.
- **Çözümlemede eksik basamak = 0:** $4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^{-1}$ ifadesinde 10^2, 10^1 ve 10^0 yok → o basamaklar 0: 4000,6.



Şekil 14. Süreler de 10'un kuvvetleriyle karşılaştırılır: bir şarkı ($\approx 2{,}1 \cdot 10^2$ s) ile bir futbol maçı ($5{,}4 \cdot 10^3$ s) arasında yaklaşık 25 kat fark vardır. Çentikler arası 100 kat.

ORTA **Örnek 18: a) $3{,}6 \cdot 10^4$ sayısını 10'un üç farklı kuvvetiyle yaz. b) $6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^{-2}$ sayısını ondalık gösterimle yaz.**

a) Virgül sağa 1 → üs 1 azalır: $\mathbf{36 \cdot 10^3}$; virgül sola 1 → üs 1 artar: $\mathbf{0{,}36 \cdot 10^5}$; ayrıca $\mathbf{360 \cdot 10^2}$.
b) 6000 + 20 + 0,05 = **6020,05** (yüzler, birler ve onda birler basamağı 0).

ORTA **Örnek 19: $(1{,}2 \cdot 10^5) \div (4 \cdot 10^{-3})$ işleminin sonucunu bilimsel gösterimle yaz.**

a'lar: 1,2 ÷ 4 = 0,3. Üsler: 5 − (−3) = 8 → $0{,}3 \cdot 10^8$. 0,3 < 1 olduğu için düzelt: $0{,}3 = 3 \cdot 10^{-1}$ → $3 \cdot 10^{8+(-1)} = \mathbf{3 \cdot 10^7}$.

ZOR **Örnek 20: Bir müzik platformunda yeni çıkan bir şarkı 250 gün boyunca günde ortalama $4 \cdot 10^4$ kez dinleniyor. Şarkı 3 dakika sürüyor. a) Şarkı toplam kaç kez dinlenmiştir? b) Toplam dinlenme süresini dakika ve saat cinsinden bilimsel gösterimle yaz.**

a) $250 = 2{,}5 \cdot 10^2$. $(4 \cdot 10^4) \cdot (2{,}5 \cdot 10^2) = 10 \cdot 10^6 = \mathbf{10^7}$ kez.
b) $3 \cdot 10^7$ dakika. 1 saat = 60 dakika = $6 \cdot 10^1$ dakika → $(3 \cdot 10^7) \div (6 \cdot 10^1) = 0{,}5 \cdot 10^6 = \mathbf{5 \cdot 10^5}$ **saat**.

ZOR **Örnek 21: Kütüphanedeki dört farklı kitabın birer sayfasının kalınlığı metre cinsinden şöyle ölçülmüştür: $A = 85 \cdot 10^{-6}$, $B = 0{,}0009 \cdot 10^{-1}$, $C = 7{,}2 \cdot 10^{-5}$, $D = 0{,}08 \cdot 10^{-3}$. Sayfaları inceden kalına sırala.**

Önce hepsini bilimsel gösterime çevir (a'yı 1 ile 10 arasına getir):
$A = 8{,}5 \cdot 10^{-5}$ (virgül sola 1, üs +1) · $B = 9 \cdot 10^{-5}$ (virgül sağa 4, üs -4) · $C = 7{,}2 \cdot 10^{-5}$ · $D = 8 \cdot 10^{-5}$ (virgül sağa 2, üs -2).
Dördünün de üssü -5 çıktı → a'lara bak: 7,2 < 8 < 8,5 < 9.
C < D < A < B

Tuzak

İşlemden sonra a'yı düzeltirken üssü **ters yöne** değiştirmek: $0{,}3 \cdot 10^{8}$'i $3 \cdot 10^{9}$ yazmak yanlış. a büyüdüyse (0,3 → 3) üs küçülür: $3 \cdot 10^{7}$. Kontrol yolu: iki gösterimin değerini kafanda kabaca karşılaştır ($0{,}3 \cdot 10^{8} = 30$ milyon = $3 \cdot 10^{7}$).

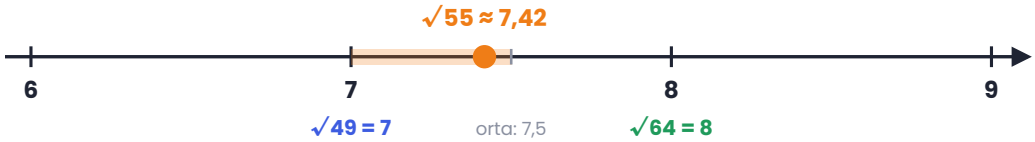
5. Kareköklü ifadelere giriş

M.8.1.3.1 · M.8.1.3.2 · M.8.1.3.3

Bir doğal sayının karesi olan sayılara **tam kare** denir: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225 … Tam kare bir sayının karekökü bir doğal sayıdır: $\sqrt{81} = 9$, çünkü $9^2 = 81$.



Şekil 15. Tam kare sayı = kenarı doğal sayı olan bir karenin alanı. Karekök = o karenin kenar uzunluğu.



Şekil 16. 49 < 55 < 64 olduğundan 7 < √55 < 8. 55, 49'a daha yakın; √55 de 7'ye daha yakın.

KOLAY **Örnek 22: $\sqrt{55}$ hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır? Hangisine daha yakındır?**

55'in iki yanındaki tam kareler: 49 < 55 < 64 → √49 < √55 < √64 → **7 < √55 < 8**. 55, 49'a (fark 6) 64'ten (fark 9) daha yakın olduğu için √55 **7'ye** daha yakındır.

$$\sqrt{75} = \sqrt{(25 \cdot 3)} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

25, 75'in en büyük tam kare çarpanıdır.

Şekil 17. a√b biçimine getirmenin üç adımı.

KOLAY **Örnek 23: √75 ve √98 ifadelerini a√b şeklinde yaz.**

√75 = √(25 · 3) = **5√3**
√98 = √(49 · 2) = **7√2**

ORTA **Örnek 24: 3√2 ile 2√5 ifadelerini karşılaştır.**

Katsayıları kök içine al (karesini alarak): 3√2 = √(9 · 2) = √18, 2√5 = √(4 · 5) = √20. √20 > √18 → **2√5 > 3√2**

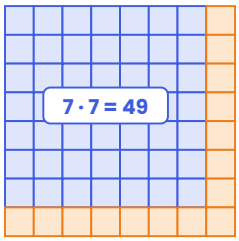
Taktik: a√b yazarken kök içindeki sayıyı **en büyük** tam kare çarpanına ayır. Sırayla dene: 100, 81, 64, 49, 36, 25, 16, 9, 4. √98 için 49'u fark etmezsen işin uzar; 49 ile başlarsan tek adımda 7√2. Kareköklü sayıları karşılaştırırken de katsayıları içeri al; kök içi büyük olan büyüktür.

Sık yapılan hata

- √300 = 2√75 deyip bırakmak. 75 = 25 · 3 olduğundan devam et: 2 · 5√3 = 10√3.
- Katsayıyı içeri alırken karesini almayı unutmak: 3√2 = √6 değil, √18.
- √55'in 7 ile 8 arasında olduğunu bulup "hangisine daha yakın" kısmını cevapsız bırakmak.

Derinleşelim: Tam kareler ve kökler üzerine

- **Asal çarpan testi:** Bir sayı tam kare ise asal çarpanlarındaki bütün üsler çifttir; karekök almak üsleri yarıya böler: $1764 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ → √1764 = 2 · 3 · 7 = 42.
- **Son rakam testi:** Tam kareler 0, 1, 4, 5, 6 ya da 9 ile biter. 2, 3, 7 ya da 8 ile biten bir sayı asla tam kare değildir (ama 1, 4... ile bitmesi tam kare olduğunu göstermez: 41 tam kare değil).
- **"Hangisine yakın?" kuralı:** 7 ile 8'in tam ortası 7,5 ve $7{,}5^2 = 56{,}25$. 49 ile 64 arasında 56,25'ten küçük sayıların kökü 7'ye yakındır. Doğal sayılarda bu, "hangi tam kareye daha az uzak?" kuralıyla her zaman aynı sonucu verir.



Turuncu şerit: 2 · 7 + 1 = 15 kare
49'dan 64'e 15 adım:
50, 51, ..., 63 → 14 sayı
tam kare değil; kökleri
7 ile 8 arasındadır.

Şekil 18. a^2 ile $(a + 1)^2$ arasında tam kare olmayan 2a tane doğal sayı vardır (a = 7 için 14).

ORTA **Örnek 25: a) √n ifadesinin değeri 9 ile 10 arasında olacak şekilde kaç farklı n doğal sayısı vardır? b) Kare biçimindeki bir oyun alanının alanı 128 m²'dir. Bir kenarını a√b biçiminde yaz; kenar hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır, hangisine daha yakındır?**

a) 9 < √n < 10 → 81 < n < 100 → n = 82, 83, ..., 99: **18 tane** (2 · 9 = 18, Şekil 18'deki kural).
b) Kenar = √128 = √(64 · 2) = **8√2 m**. 121 < 128 < 144 → 11 < 8√2 < 12. 128 − 121 = 7, 144 − 128 = 16 → **11'e** daha yakın.

ZOR **Örnek 26: 1176 · n çarpımı bir tam kare sayı olacak şekilde en küçük n doğal sayısını bul. Bu durumda √(1176 · n) kaçtır?**

$1176 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7^2$. Tam karede bütün üsler çift olmalı: 7^2 tamam; 2^3 için bir 2, 3^1 için bir 3 eksik.
En küçük **n = 2 · 3 = 6**. 1176 · 6 = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ = 7056 → √7056 = $2^2 \cdot 3 \cdot 7$ = **84**.

ZOR **Örnek 27: $2\sqrt{6}$, $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{7}$ ve $4\sqrt{2}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala.**

Katsayıları kök içine al (karesini alarak): $2\sqrt{6} = \sqrt{(4 \cdot 6)} = \sqrt{24}$; $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$; $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$; $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$.
Kök içleri: $24 < 27 < 28 < 32$ → **$2\sqrt{6} < 3\sqrt{3} < 2\sqrt{7} < 4\sqrt{2}$**.

! Tuzak

Karekök toplamaya dağılmaz: $\sqrt{(36 + 64)} = \sqrt{100} = 10$, ama $\sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14$. Çarpımda ise ayırabilirsin: $\sqrt{(36 \cdot 64)} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{64} = 48$. $a\sqrt{b}$ yazarken kök içinde tam kare çarpan bırakma: $\sqrt{300} = 2\sqrt{75}$ eksik cevaptır; $300 = 100 \cdot 3$ → **$10\sqrt{3}$**.

+ LGS köşesi: Bu konular LGS'de çoğunlukla bir hikâyenin içinde gelir: kare kartonla pano kaplama, antrenman ve tur süreleri, turnuva eşleşmeleri, dosya boyutları, oyun alanının kenarı. Yazılıya çalışırken her konudan en az bir "hikâyeli" soru çöz ve hikâyeyi matematiğe çevirdiğin adımı (EBOB mu, EKOK mu? hangi üs? hangi tam kareler arasında?) sesli söyle.

90+ Atölyesi

Kapsamın tamamını birleştiren zor problemler: önce kendin çöz, sonra çözümle karşılaştır

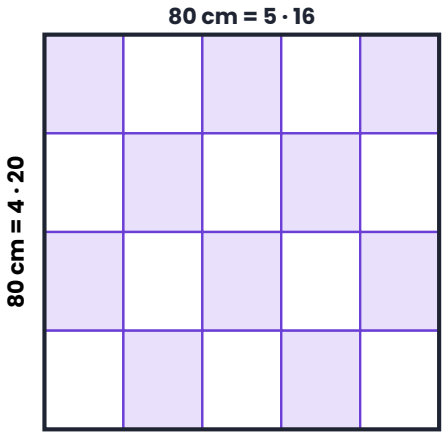
Buradaki her problem birden fazla kazanımı bir araya getirir ve "neden?" sorusuna cevap ister. Çözümü okumadan önce en az 5 dakika kendin uğraş. Her çözümün sonundaki kırmızı satır, o soruda öğrencilerin en çok puan kaybettiği yeri gösteriyor.

1. Okulun satranç turnuvasına katılan öğrenciler 5'erli gruplara ayrıldığında 3, 6'şarlı gruplara ayrıldığında 4, 8'erli gruplara ayrıldığında 6 öğrenci gruba giremeden artıyor. Katılımcı sayısı 300 ile 400 arasında olduğuna göre turnuvaya kaç öğrenci katılmıştır?

Kalanlar farklı görünüyor ama her durumda son grubu tamamlamak için **2 öğrenci eksik**: $5 - 3 = 6 - 4 = 8 - 6 = 2$.
Öğrenci sayısına 2 eklersek 5, 6 ve 8'e tam bölünür → sayı = EKOK · k − 2.
$5 = 5$, $6 = 2 \cdot 3$, $8 = 2^3$ → EKOK $= 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.
$120k - 2$: 118, 238, 358, 478… 300 ile 400 arasında yalnızca **358** var. Kontrol: $358 = 5 \cdot 71 + 3 = 6 \cdot 59 + 4 = 8 \cdot 44 + 6$.

Puan kaybettiren nokta: Kalanların farklı olduğunu görüp "EKOK kullanılamaz" demek. Kalanlara değil, eksiklere bak; eksikler eşitse EKOK · k − eksik.

2. Kütüphane panosuna kısa kenarı 16 cm, uzun kenarı 20 cm olan dikdörtgen kitap tanıtım kartları, hepsi aynı yönde, yan yana ve alt alta boşluksuz dizilerek kare bir alan oluşturulacak. a) Oluşturulabilecek en küçük karenin kenarı kaç cm olur ve kaç kart gerekir? b) Kenarı 2 m'yi geçmeyen en büyük kare için kaç kart gerekir?



Şekil 19. 16 cm × 20 cm'lik kartlarla en küçük kare: kenar EKOK(16, 20) = 80 cm, 5 · 4 = 20 kart.

a) Karenin kenarı hem 16'nın hem 20'nin katı olmalı; en küçük → **EKOK**. $16 = 2^4$, $20 = 2^2 \cdot 5$ → EKOK = $2^4 \cdot 5$ = **80 cm**. Bir sırada 80 ÷ 16 = 5, alt alta 80 ÷ 20 = 4 → 5 · 4 = **20 kart**.
b) 2 m = 200 cm. Kenar 80'in katı ve 200'ü geçmemeli: 80, 160 (240 > 200) → 160 cm. (160 ÷ 16) · (160 ÷ 20) = 10 · 8 = **80 kart**.

Puan kaybettiren nokta: b'de 2 m'yi cm'ye çevirmeden 80 ile karşılaştırmak ya da kart sayısını alanları bölerek bulurken birimleri karıştırmak.

3. $a = 16^5$, $b = 8^7$, $c = 4^{11}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala. Ardından c ÷ a işleminin sonucunu bul. Hesap makinesi kullanmadan gerekçesini yaz.

Üsler (5, 7, 11) ortak bir sayıda eşitlenemiyor, ama tabanların hepsi 2'nin kuvveti → **tabanları eşitle**.
$a = (2^4)^5 = 2^{20}$; $b = (2^3)^7 = 2^{21}$; $c = (2^2)^{11} = 2^{22}$.
Tabanlar eşit ve 2 > 1 → üssü büyük olan büyük: **a < b < c**. $c \div a = 2^{22 - 20} = 2^2 = \mathbf{4}$.

Puan kaybettiren nokta: Tabanı büyük olanı büyük sanmak (16^5 en büyük değil, en küçük!). Taban da üs de farklıyken ikisini birden ortak hâle getirmeden karar verilmez.

4. Bir oyun videosu yayımlandığı gün $2 \cdot 10^3$ kez izleniyor; sonraki her gün izlenme sayısı bir önceki günün 3 katı oluyor. a) Yayımlandıktan 4 gün sonra o günkü izlenme sayısı kaç olur? Sonucu bilimsel gösterimle yaz. b) Günlük izlenme sayısı ilk kez kaç gün sonra 10^7'yi geçer?

a) 4 gün sonra sayı $3^4 = 81$ katına çıkar: $2 \cdot 10^3 \cdot 81 = 162 \cdot 10^3 = \mathbf{1{,}62 \cdot 10^5}$ izlenme.
b) $2 \cdot 10^3 \cdot 3^k > 10^7 \rightarrow 3^k > 10^7 \div (2 \cdot 10^3) = 5000$. $3^7 = 2187$ (yetmez), $3^8 = 6561$ (geçer) → **8 gün sonra**.

Puan kaybettiren nokta: 3^4 ile çarpmak yerine 3 · 4 = 12 ile çarpmak; ya da b'de 3^k'yi tahminle bulup 3^7'nin yetmediğini göstermemek.

5. Kare biçimindeki bir satranç tahtasının alanı 288 cm²'dir. a) Bir kenar uzunluğunu a√b biçiminde yaz. b) Kenar uzunluğu hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır, hangisine daha yakındır? c) Elindeki 16,9 cm'lik cetvel tahtanın bir kenarını baştan sona ölçmeye yeter mi? Hesap makinesi kullanmadan gerekçelendir.

a) $288 = 144 \cdot 2 \rightarrow \sqrt{288} = \mathbf{12\sqrt{2}\ cm}$.
b) $256 < 288 < 289 \rightarrow \mathbf{16 < 12\sqrt{2} < 17}$. 288 − 256 = 32, 289 − 288 = 1 → **17'ye** çok yakın.
c) Kareleri karşılaştır: $(12\sqrt{2})^2 = 288$, $16{,}9^2 = 285{,}61$. 285,61 < 288 → kenar 16,9 cm'den **uzun** → cetvel **yetmez**.

Puan kaybettiren nokta: c'de "kenar 17'ye çok yakın, 16,9 da yakın" deyip karar verememek. Kesin karar için karelerle karşılaştır.

6. $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^3$ sayısı veriliyor. a) Bu sayı en küçük hangi n doğal sayısıyla çarpılırsa sonuç bir tam kare olur? Elde edilen sayının karekökünü bul. b) Bu sayı en küçük hangi m doğal sayısına bölünürse sonuç bir tam kare olur? Bu tam karenin karekökü kaçtır?

Tam karede bütün üsler çift olmalı. Tek üsler: 2^5 ve 5^3; 3^2 zaten çift.
a) Bir 2 ve bir 5 eklenmeli → **n = 10**. Çarpım $2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ → karekökü üsler yarıya: $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 8 \cdot 3 \cdot 25 =$ **600**.
b) Bir 2 ve bir 5 atılmalı → **m = 10**. Bölüm $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ → karekökü $2^2 \cdot 3 \cdot 5 =$ **60**.

Puan kaybettiren nokta: Sayının tamamını hesaplayıp (36 000) tam kare aramaya çalışmak; ya da b'de çarpmak ile bölmeyi karıştırıp 3'ü de işleme katmak.

7. Bir müzik festivalinde 8 konser veriliyor. Her konseri $1{,}25 \cdot 10^4$ kişi izliyor ve bir biletin fiyatı $4 \cdot 10^2$ TL. a) Festivalin toplam bilet gelirini bilimsel gösterimle yaz. b) Festivalin giderleri $3{,}395 \cdot 10^7$ TL ise kârı bilimsel gösterimle ve 10'un kuvvetleriyle çözümlenmiş biçimde yaz.

a) $8 \cdot (1{,}25 \cdot 10^4) \cdot (4 \cdot 10^2) = (8 \cdot 1{,}25 \cdot 4) \cdot 10^6 = 40 \cdot 10^6 = \mathbf{4 \cdot 10^7\ TL}$.
b) Kâr $= 4 \cdot 10^7 - 3{,}395 \cdot 10^7 = 0{,}605 \cdot 10^7 = \mathbf{6{,}05 \cdot 10^6\ TL} = 6\,050\,000$ TL.
Çözümleme: $6\,050\,000 = \mathbf{6 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4}$ (diğer basamaklar 0).

Puan kaybettiren nokta: Çıkarmadan önce üsleri eşitlemeyi atlamak ya da $0{,}605 \cdot 10^7$'yi düzeltirken üssü yanlış yöne değiştirip $6{,}05 \cdot 10^8$ yazmak.

8. İki doğal sayının EBOB'u 9, EKOK'u 270'tir. Sayıların ikisi de 9'dan farklıdır. Bu koşulu sağlayan bütün sayı çiftlerini bul. Toplamı en küçük olan çift hangisidir? Neden başka seçenek olmadığını açıkla.

Sayılar a = 9m ve b = 9n biçimindedir. EBOB tam 9 olduğu için m ile n **aralarında asal** olmalı (yoksa ortak çarpan EBOB'u büyütürdü).
EBOB · EKOK = a · b → $9 \cdot 270 = 81 \cdot m \cdot n \rightarrow m \cdot n = 30$.
Aralarında asal çarpanlar (m < n): (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6). (1, 30) → 9 ve 270 (9 yasak). Kalanlar: (18, 135), (27, 90), (45, 54).
Toplamlar: 153, 117, 99 → en küçük toplam **45 + 54 = 99**. Kontrol: EBOB(45, 54) = 9, EKOK(45, 54) = 270.

Puan kaybettiren nokta: m ile n'nin aralarında asal olması gerektiğini yazmamak ya da 30'un bazı çarpan çiftlerini atlamak; gerekçe istenen soruda bu cümle ayrıca puanlanır.

Prova 1 – Temel

Gerçek sınav gibi çöz, açık uçlu

1. (15 puan) 252 sayısını bölen merdiveni veya çarpan ağacıyla asal çarpanlarına ayır ve üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yaz. 252'nin asal çarpanları nelerdir? 252'nin kaç pozitif çarpanı vardır?

2. (15 puan) Bir spor kulübü 90 kırmızı ve 120 mavi formayı, her pakette yalnızca bir renk ve bütün paketlerde eşit sayıda forma olacak şekilde, hiç forma artmadan paketleyecek. Bir pakette en fazla kaç forma olabilir? Bu durumda toplam kaç paket elde edilir?

3. (15 puan) Okulda satranç kulübü 3 günde bir, müzik kulübü 4 günde bir, basketbol takımı 6 günde bir toplanıyor. Üçü de bir pazartesi günü aynı gün toplandı. Üçü ilk kez yeniden aynı gün toplandığında hangi gün olur? (Kaç gün sonra, haftanın hangi günü?)

4. (10 puan) (12, 35), (21, 49) ve (16, 27) sayı çiftlerinden hangilerinin aralarında asal olduğunu gerekçesiyle yaz.

5. (15 puan) a) $(-2)^5$, -2^4 ve $(-3)^{-2}$ ifadelerinin değerlerini bul. b) $4^5 \cdot 8^{-2} \div 2^3$ işleminin sonucunu bul.

6. (15 puan) Bir futbol stadyumu 52 000 kişiliktir; bir masa tenisi topunun kütlesi 0,0027 kg'dır. a) İki sayıyı bilimsel gösterimle yaz. b) 52 000 masa tenisi topunun toplam kütlesi kaç kg'dır? Sonucu bilimsel gösterimle yaz.

7. (15 puan) a) $\sqrt{90}$ hangi iki ardışık doğal sayı arasındadır, hangisine daha yakındır? b) $\sqrt{150}$'yi $a\sqrt{b}$ şeklinde yaz. c) $3\sqrt{5}$ ile $2\sqrt{11}$'i karşılaştır.

Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

1. 252 → 126 → 63 → 21 → 7 → 1 (bölenler 2, 2, 3, 3, 7) **(6 p)**. $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ **(5 p)**. Asal çarpanlar: 2, 3 ve 7 **(2 p)**. Çarpan sayısı: $(2 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 18$ **(2 p)**.

2. "Hiç artmadan, eşit, en fazla" → EBOB **(3 p)**. $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ → EBOB $= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ forma **(7 p)**. Paket: $90 \div 30 + 120 \div 30 = 3 + 4 = 7$ paket **(5 p)**.

3. "İlk kez yeniden aynı gün" → EKOK **(3 p)**. EKOK$(3, 4, 6) = 2^2 \cdot 3 = 12$ gün **(7 p)**. 12 gün = 1 hafta 5 gün → pazartesiden 5 gün sonrası: 12 gün sonra **cumartesi** **(5 p)**.

4. EBOB$(12, 35) = 1$ → aralarında asal **(4 p)**. EBOB$(21, 49) = 7$ → değil **(3 p)**. EBOB$(16, 27) = 1$ → aralarında asal **(3 p)**.

5. a) $(-2)^5 = -32$ **(2 p)**, $-2^4 = -16$ **(2 p)**, $(-3)^{-2} = 1/(-3)^2 = 1/9$ **(3 p)**. b) $4^5 = 2^{10}$, $8^{-2} = 2^{-6}$ **(4 p)** → $2^{10} \cdot 2^{-6} \div 2^3 = 2^{10 - 6 - 3} = 2^1 = 2$ **(4 p)**.

6. a) Stadyum: $5{,}2 \cdot 10^4$ **(4 p)**. Top: $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ kg **(4 p)**. b) $(5{,}2 \cdot 10^4) \cdot (2{,}7 \cdot 10^{-3}) = 14{,}04 \cdot 10^1 = 1{,}404 \cdot 10^2$ kg (140,4 kg) **(7 p)**.

7. a) $81 < 90 < 100 \rightarrow 9 < \sqrt{90} < 10$; $90 - 81 = 9 < 100 - 90 = 10$ → 9'a daha yakın **(5 p)**. b) $150 = 25 \cdot 6 \rightarrow \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$ **(5 p)**. c) $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$, $2\sqrt{11} = \sqrt{44} \rightarrow 3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$ **(5 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 10 + 15 + 15 + 15 = 100 puan.

Prova 2 – 90+ Zorluk

Açık uçlu: her adımını yaz, birimi ve gerekçeyi unutma

1. (15 puan) $A = 2^3 \cdot 3^3$ sayısı veriliyor. a) A'nın kaç pozitif çarpanı vardır? b) Bu çarpanlardan kaç tanesi tek sayıdır? c) Kaç tanesi 18'in katıdır? Her birini gerekçesiyle bul.

2. (15 puan) Okul kütüphanesindeki dergiler 8'erli, 12'şerli ya da 18'erli destelere ayrıldığında her seferinde 5 dergi artıyor. Dergi sayısı 400 ile 500 arasında olduğuna göre kütüphanede kaç dergi vardır?

3. (15 puan) Kenarları 42 m ve 70 m olan dikdörtgen bir antrenman sahasının çevresine, köşelere de gelecek şekilde eşit aralıklarla koni dizilecek. a) En az kaç koni gerekir? b) Aynı aralıkla, 70 m uzunluğundaki düz bir koşu şeridinin iki ucuna da gelecek şekilde koni dizilirse kaç koni gerekir?

4. (15 puan) a) $27^3 \cdot 9^{-4} \div 3^{-2}$ işleminin sonucunu bul. b) $3^7 + 3^7 + 3^7 = 9^n$ ise n kaçtır? c) 4^{20}, 3^{30} ve 7^{10} sayılarını küçükten büyüğe sırala.

5. (15 puan) Bir oyunun kurulum dosyası $3{,}6 \cdot 10^9$ bayttır. a) Bu sayıyı 10'un iki farklı kuvvetiyle daha yaz. b) İnternet bağlantısı saniyede $1{,}2 \cdot 10^7$ bayt indiriyorsa dosya kaç saniyede iner? Bu süre kaç dakikadır?

6. (15 puan) a) $\sqrt{x}$ ifadesinin değeri 6 ile 7 arasında olacak şekilde kaç farklı x doğal sayısı vardır? b) $3\sqrt{6}$, $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{13}$ ve $5\sqrt{2}$ sayılarını küçükten büyüğe sırala. c) $\sqrt{252}$ ifadesini $a\sqrt{b}$ biçiminde yaz.

7. (10 puan) Deniz, "$\sqrt{(2^5 \cdot 3^3)} = 12\sqrt{3}$" diyor. Deniz haklı mı? Gerekçesiyle açıkla. $2^5 \cdot 3^3$ sayısını tam kare yapan en küçük doğal sayı çarpanı kaçtır?

Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Kısmi puanlar parantez içinde: yolu doğru gösteren, son adımda hata yapsa da puanın çoğunu alır.

1. Çarpanlar $2^a \cdot 3^b$, $a \in \{0, 1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 1, 2, 3\}$ **(3 p)**. a) $4 \cdot 4 = 16$ **(4 p)**. b) Tek → $a = 0$: $1 \cdot 4 = 4$ (1, 3, 9, 27) **(4 p)**. c) $18 = 2 \cdot 3^2$ → $a \geq 1$, $b \geq 2$: $3 \cdot 2 = 6$ (18, 36, 54, 72, 108, 216) **(4 p)**.

2. 5 dergi çıkarılırsa 8, 12, 18'e tam bölünür → sayı = EKOK · k + 5 **(4 p)**. $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$ → EKOK = $2^3 \cdot 3^2 = 72$ **(5 p)**. 72k + 5: 365, 437, 509 → 437 dergi **(6 p)**.

3. En az koni → en büyük aralık → EBOB **(3 p)**. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ → EBOB = 14 m **(4 p)**. a) Çevre $2 \cdot (42 + 70) = 224$ m → $224 \div 14 = 16$ koni **(4 p)**. b) Açık çizgi, iki uç dahil: $70 \div 14 + 1 = 6$ koni **(4 p)**.

4. a) $3^9 \cdot 3^{-8} \div 3^{-2} = 3^{9-8+2} = 3^3 = 27$ **(5 p)**. b) $3 \cdot 3^7 = 3^8 = (3^2)^4 = 9^4$ → $n = 4$ **(5 p)**. c) $4^{20} = 16^{10}$, $3^{30} = 27^{10}$ → $7^{10} < 4^{20} < 3^{30}$ **(5 p)**.

5. a) Örneğin $36 \cdot 10^8$ bayt **(4 p)** ve $0{,}36 \cdot 10^{10}$ bayt **(4 p)**. b) $(3{,}6 \cdot 10^9) \div (1{,}2 \cdot 10^7) = 3 \cdot 10^2 = 300$ saniye **(5 p)**; $300 \div 60 = 5$ dakika **(2 p)**.

6. a) $36 < x < 49$ → $x = 37, \ldots, 48$: 12 tane **(5 p)**. b) $3\sqrt{6} = \sqrt{54}$, $4\sqrt{3} = \sqrt{48}$, $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$, $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$ → $4\sqrt{3} < 5\sqrt{2} < 2\sqrt{13} < 3\sqrt{6}$ **(6 p)**. c) $252 = 36 \cdot 7$ → $6\sqrt{7}$ **(4 p)**.

7. $2^5 \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot (2 \cdot 3) \rightarrow \sqrt{(2^5 \cdot 3^3)} = 2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{6} = 12\sqrt{6}$ → Deniz haksız; kök içinde kalan 2'yi unutmuş **(6 p)**. Tek üslüler 2^5 ve 3^3 → bir 2 ve bir 3 gerekir: en küçük çarpan 6 ($864 \cdot 6 = 5184 = 72^2$) **(4 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 10 = 100 puan.

Son gün kontrol listesi

- [ ] Çarpan sayısı için önce bütün tabanları asal yapıyorum ($54 = 2 \cdot 3^3$, $6 \cdot 9$ değil).
- [ ] EBOB mu EKOK mu: "sonuç verilen sayılardan küçük mü, büyük mü?" diye soruyorum.
- [ ] Aralarında asal = EBOB'u 1 olan sayılar; ardışık sayılar her zaman aralarında asaldır.
- [ ] Kalanlı sorular: hep r artıyorsa EKOK · k + r, hep r eksikse EKOK · k − r; kalanlar farklıysa eksiklere bakıyorum.
- [ ] Bayrak/direk/koni: kapalı çevrede çevre ÷ aralık; düz yolda iki uç dahil (uzunluk ÷ aralık) + 1.
- [ ] $(-3)^2$ ile -3^2 farkını biliyorum; negatif üs sayıyı negatif değil, kesir yapar.
- [ ] Tabanları ya da üsleri eşitliyorum; $2^6 + 2^6 = 2^7$.
- [ ] Bilimsel gösterimde $1 \le a < 10$; işlemden sonra a'yı düzeltip üssü doğru yöne değiştiriyorum.
- [ ] $\sqrt{}$ içindeki sayıyı en büyük tam kare çarpanla ayırıyorum; katsayıyı içeri alırken karesini alıyorum.
- [ ] Tam karede bütün asal üsler çift; tam kare yapmak için tek üslü asalları tamamlıyorum.
- [ ] $\sqrt{(a + b)} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$; "hangisine yakın" sorusunda iki tam kareye olan farkları yazıyorum.

Başarılar!

Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu 2026-2027