6. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · ÜLKE GENELİ ORTAK SINAV · 90+ SÜRÜMÜ · VARYASYON A

# Sayıların Oyun Kitabı: Bölenler, Katlar, Virgüller ve Şans

Türkiye'deki bütün 6. sınıflar bu yazılıda aynı gün aynı soruları cevaplayacak. Bu not, sınava giren 6 konuyu spor salonundan okul kütüphanesine, bando provasından turnuva masasına uzanan örneklerle anlatıyor. Her konuda bir **Derinleşelim** kutusu, **Kolay–Orta–Zor** örnek basamakları ve puanı nerede kaçırdığını gösteren uyarılar bulacaksın. Sonda konuları harmanlayan **90+ Atölyesi** ve sınavın aynısı biçimde (7 soru, 1 × 10 + 6 × 15) hazırlanmış **iki prova** var: Prova 1 temeli yoklar, Prova 2 doksanın üstünü.

## Sınav bilgisi ve kapsam

**Tarih:** 11 Kasım 2026 (Ülke geneli ortak yazılı sınav) · **Süre:** 40 dakika · **Soru:** 7 açık uçlu soru · **Puanlama:** 1 soru 10 puan, 6 soru 15'er puan

| Kod | Konu | Soru |
|---|---|---|
| **MAT.6.1.1** | Bir doğal sayının çarpanları ve katları | 1 |
| **MAT.6.1.2** | 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile bölünebilme | 1 |
| **MAT.6.1.3** | Asal sayılar ve asal çarpanlar | 1 |
| **MAT.6.1.4** | Ortak kat ve ortak bölen (günlük hayat problemleri) | 1 |
| **MAT.6.1.5** | Ondalık gösterimlerin basamak değerleri | 1 |
| **MAT.6.6.1** | Deneysel olasılık (gözleme dayalı tahmin) | 2 |

Sınav ülke genelinde ortak olduğu için kapsam, MEB'in yayımladığı kılavuzdaki tabloyla kesinleşmiş durumda. En çok soru (2 soru) deneysel olasılıktan geliyor; çalışma planında bu konuya ekstra zaman ayır.

## Tam puan için cevap yazma

Ortak sınavda her kâğıt aynı puanlama anahtarıyla okunur ve anahtarda her adımın ayrı bir puanı vardır. Sonucu doğru bulup yolu göstermeyen öğrenci, puanın bir kısmını masada bırakır. Tam puanlık bir cevap beş parçadan oluşur:

| | |
|---|---|
| **1. Veri** | Verilenleri kendi cümlenle yaz: "40 atış yapılmış, 14'ü tam ortaya isabet etmiş". |
| **2. Gerekçe** | Kullandığın kuralı ve nedenini söyle: "son iki basamak 4'ün katı", "iki takım yeniden aynı gün çalışacağı için ortak kat". |
| **3. İşlem** | Hesabı satır satır göster; asal çarpanlara ayırıyorsan ağacı ya da merdiveni kâğıda çiz. |
| **4. Sonuç** | Kesri en sade hâline getir, her şıkkın cevabını ayrı yaz; tahminse "yaklaşık" kelimesini ekle. |
| **5. Birim ve anlam** | file, kart, saniye, cm gibi birimleri unutma; bulduğun sayı sorunun istediği şey mi, son bir kez bak. |

**Mini örnek:** Bir okçu 40 atışın 14'ünde hedefin tam ortasını vuruyor. Ortayı vurmanın deneysel olasılığı nedir?

**Zayıf cevap (6/10 gibi)**
14/40

**Tam puanlık cevap (10/10)**
Deneysel olasılık = ortayı vurma sayısı ÷ toplam atış sayısı = 14/40. Pay ile paydayı 2'ye bölerek sadeleştiririm: **7/20** (= 35/100 = 0,35).

15 puanlık sorularda şıklar çoğunlukla ayrı ayrı puanlanır. Bir şıkta takılırsan bile diğerlerini boş bırakma; emin olmadığın yerde düşünceni yaz, kısmi puan oradan gelir.

## 1. Çarpanlar ve katlar

MAT.6.1.1

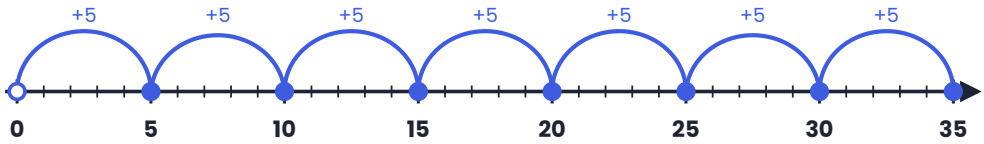
Bir doğal sayıyı kalansız bölen doğal sayılar, o sayının **çarpanlarıdır**. Bir sayıyı 1, 2, 3, … doğal sayılarıyla çarptığında elde ettiğin sayılar ise o sayının **katlarıdır**. 18 = 3 × 6 yazdığında 3 ve 6, 18'in çarpanı olur; aynı eşitlik 18'in hem 3'ün hem de 6'nın katı olduğunu söyler.




**18'in çarpanları: 1, 2, 3, 6, 9, 18**

Beden eğitimi gösterisinde 18 öğrenci dikdörtgen düzende dizilecek: her diziliş bir çarpan çifti verir.

**5'in katları: 5'er 5'er zıpla**



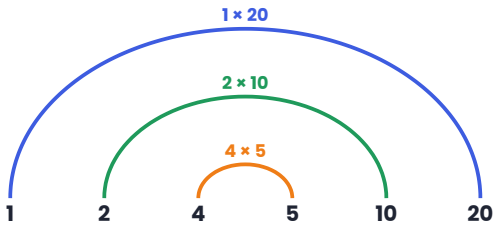

Bir sayının katları, sayı doğrusunda o sayı kadar uzunluktaki eşit adımlarla bulunur.

### Derinleşelim

- **Çarpanlar eşli gelir.** a × b = n ise a da b de n'nin çarpanıdır. Bu yüzden çarpanlar çoğu zaman çift sayıda çıkar. Tek istisna, bir sayının kendisiyle çarpıldığı durumdur: 4 × 4 = 16'da 4'ün eşi yine 4'tür ve listeye bir kez yazılır. Bu nedenle 1, 4, 9, 16, 25, 36, … gibi **kare sayıların çarpan sayısı tektir**; geri kalan bütün sayılarınki çifttir.
- **Aynı ilişki, iki cümle.** "5, 35'in çarpanıdır" ile "35, 5'in katıdır" tamamen aynı bilgiyi verir.
- **Zincirleme düşün.** Çarpanın çarpanı da çarpandır: 9, 45'in çarpanı; 3 de 9'un çarpanı ⇒ 3, 45'in de çarpanıdır. Katın katı da kattır: 40, 20'nin katı; 20 de 5'in katı ⇒ 40, 5'in katıdır.
- **Bir aralıkta kat saymak.** 200'den küçük 6'nın katları 6 × 1 = 6'dan 6 × 33 = 198'e kadar gider ⇒ 33 tane. Sınır sayıların dahil olup olmadığını her seferinde kontrol et.




**16: 5 çarpan (tek)**




**20: 6 çarpan (çift)**

16 kare sayıdır: ortadaki 4 kendisiyle eşleşir, çarpan sayısı tek (5). 20 kare değildir: her çarpanın ayrı bir eşi var, çarpan sayısı çift (6).

## Örnek merdiveni

**KOLAY** **Örnek 1. 48'in bütün çarpanlarını yaz. 48'in kaç çarpanı vardır?**

Çarpanları eş eş yaz: 1 × 48, 2 × 24, 3 × 16, 4 × 12, 6 × 8. 7 denenir, 48'i bölmez; sonraki eş 8 zaten yazıldı, dur. Çarpanlar: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 ⇒ **10 çarpan** (48 kare sayı olmadığı için çift).

**ORTA** **Örnek 2. Okul bandosunun davulcusu, her 7. vuruşta zile de vuruyor. 60. vuruş ile 130. vuruş arasında (ikisi de dahil) zile kaç kez vurur?**

Zile vurulan anlar 7'nin katlarıdır. 7 × 8 = 56 < 60, 7 × 9 = 63 ⇒ ilk kat 63. 7 × 18 = 126, 7 × 19 = 133 > 130 ⇒ son kat 126. Katlar 7 × 9'dan 7 × 18'e kadar: 18 − 9 + 1 = **10 kez** (63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126).

**ZOR** **Örnek 3. 40 öğrenci, beden eğitimi gösterisi için her sırada eşit sayıda öğrenci olacak şekilde dikdörtgen düzende dizilecek. Sıra sayısı da bir sıradaki öğrenci sayısı da en az 2 olacak (5 sıra × 8 öğrenci ile 8 sıra × 5 öğrenci farklı düzen sayılır). a) Kaç farklı düzen kurulabilir? b) Sıra sayısı ile sıradaki öğrenci sayısının birbirine en yakın olduğu düzenler hangileri? c) Öğretmen "sıra sayısı tek olsun" derse hangi düzen kalır?**

a) Sıra sayısı × sıradaki öğrenci = 40 olmalı ⇒ 40'ın çarpan çiftleri: 1 × 40, 2 × 20, 4 × 10, 5 × 8. İkisi de en az 2 olacağı için 1 × 40 elenir. Kalan çiftler iki yönde yazılır: 2 × 20, 20 × 2, 4 × 10, 10 × 4, 5 × 8, 8 × 5 ⇒ **6 düzen**. b) Farklar 18, 6 ve 3; en yakın olanlar **5 sıra × 8** ve **8 sıra × 5**. c) Sıra sayıları 2, 4, 5, 8, 10, 20; bunlardan tek olan yalnız 5 ⇒ **5 sıra, her sırada 8 öğrenci**.

**ZOR** **Örnek 4. Çarpan sayısı tam olarak 3 olan iki basamaklı sayıları bul. Neden yalnızca bunlar olduğunu açıkla.**

Çarpan sayısı tek olan sayılar kare sayılardır (çarpanlar eşli gelir, yalnız ortadaki tek kalır). İki basamaklı kare sayılar: 16, 25, 36, 49, 64, 81. Çarpan sayıları: 16 → 5, 25 → 3 (1, 5, 25), 36 → 9, 49 → 3 (1, 7, 49), 64 → 7, 81 → 5. Cevap: **25 ve 49**. Ortak özellikleri: bir asal sayının karesi olmaları (5 × 5, 7 × 7), böylece 1, asal ve sayının kendisinden başka çarpan oluşmaz.

**Taktik:** Çarpanları 1'den başlayıp eş eş yaz; soldaki sayı sağdakine yetişince dur. Böylece hiçbir çarpanı atlamazsın. Katlar ise bitmez: soruda "ilk 6 katı" ya da "150'den küçük katları" gibi bir sınır mutlaka verilir.

### Sık yapılan hata

Çarpan ile katı karıştırmak. Bir sayının çarpanları en fazla kendisi kadardır ve sayıları sınırlıdır; katları en az kendisi kadardır ve sonsuz tanedir. 1 ve sayının kendisi her zaman çarpandır; listeye yazmayı unutma.

### Tuzak: zor sorularda puan kaybettiren nokta

- **Kare sayının ortasını iki kez yazmak.** 16'nın çarpanları 1, 2, 4, 8, 16'dır; 4'ü iki kez yazıp "6 çarpan" demek puan kaybettirir.
- **"Arasında" ile "dahil" farkı.** "60 ile 130 arasında" ifadesi genelde sınırları içermez; soruda "ikisi de dahil" yazıyorsa sınırlar da sayılır. Sınır sayı bir kat değilse fark etmez, ama katsa (ör. 63 ile 126) cevabını değiştirir. Kararını cevabında yaz.

## 2. Bölünebilme kuralları

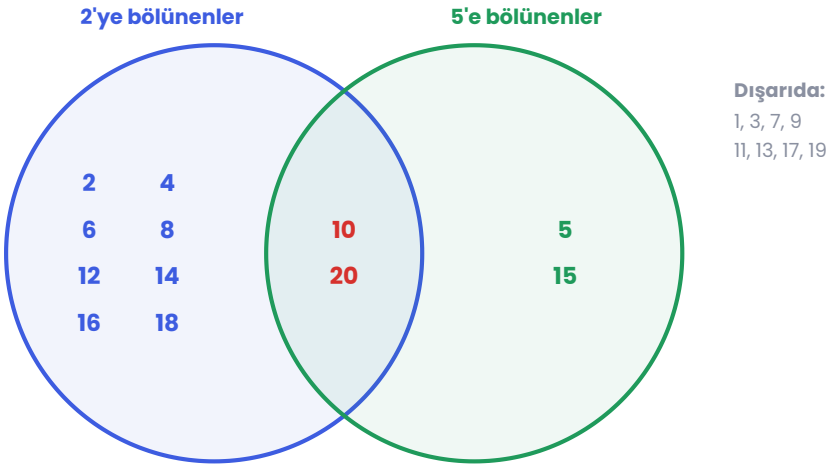
MAT.6.1.2

Bölme işlemini yapmadan bir sayının kalansız bölünüp bölünmediğini anlamak için aşağıdaki kurallar yeter:

| Bölen | Kural | Örnek |
|---|---|---|
| **2** | Birler basamağı çift (0, 2, 4, 6, 8) | 6 734 **evet** · 6 735 **hayır** |
| **3** | Rakamları toplamı 3'ün katı | 1 263: 1+2+6+3 = 12 **evet** |
| **4** | Son iki basamağın oluşturduğu sayı 4'ün katı (00 dahil) | 5 528: 28 **evet** · 5 530: 30 **hayır** |
| **5** | Birler basamağı 0 veya 5 | 9 270 ve 4 445 **evet** |
| **6** | Hem 2'ye hem 3'e bölünür | 2 736: çift ve 2+7+3+6 = 18 **evet** |
| **9** | Rakamları toplamı 9'un katı | 6 345: 6+3+4+5 = 18 **evet** |
| **10** | Birler basamağı 0 | 8 140 **evet** |




Rakamlar toplamı 3'ün katıysa sayı 3'e, 9'un katıysa 9'a kalansız bölünür.




1–20 arası sayılar: 10 ile bölünebilme = 2 ile VE 5 ile bölünebilme.

### Derinleşelim

- **Son basamağa bakan kurallar neden doğru?** 10 hem 2'ye hem 5'e bölünür. 6 734 = 6 730 + 4 yazınca 6 730 kısmı her zaman 2'ye ve 5'e bölünür; karar birler basamağındaki 4'e kalır. 100 de 4'e bölündüğü için 4 kuralında yalnız son iki basamak önemlidir.
- **Rakamlar toplamı kuralı neden doğru?** 10 = 9 + 1, 100 = 99 + 1, 1000 = 999 + 1. Bu yüzden her sayı "9'un bir katı + rakamları toplamı" biçiminde yazılabilir (aşağıdaki şekil). 9'un katı olan parça hem 9'a hem 3'e bölünür; geriye rakamlar toplamına bakmak kalır.
- **Kuralları birleştirmek.** 10 = 2 × 5 ve 2 ile 5'in 1'den başka ortak böleni yok ⇒ "2'ye ve 5'e bölünen, 10'a bölünür". Aynı mantıkla 6 = 2 ve 3, 15 = 3 ve 5, 18 = 2 ve 9, 36 = 4 ve 9.

**3 615 = 3 × 1000 + 6 × 100 + 1 × 10 + 5**

**=** **(3 × 999 + 6 × 99 + 1 × 9)** **+** **(3 + 6 + 1 + 5)**

her zaman 9'un (ve 3'ün) katı — rakamlar toplamı = 15

**15, 3'ün katı ⇒ 3 615, 3'e bölünür · 15, 9'un katı değil ⇒ 9'a bölünmez**

Rakamlar toplamı kuralının arkasındaki fikir: 10 = 9 + 1, 100 = 99 + 1, 1000 = 999 + 1.

## Örnek merdiveni

**KOLAY** **Örnek 5. Okul kütüphanesinde 2 358 kitap var. Kitaplar hiç kitap artmadan 2'şerli, 3'erli, 5'erli ve 9'arlı paketlere ayrılabilir mi? Her biri için kuralı göster.**

2: birler basamağı 8, çift ⇒ **evet**. 3: 2 + 3 + 5 + 8 = 18, 3'ün katı ⇒ **evet**. 5: birler basamağı 0 ya da 5 değil ⇒ **hayır**. 9: rakamlar toplamı 18, 9'un katı ⇒ **evet** (2 358 ÷ 9 = 262).

**ORTA** **Örnek 6. Üç basamaklı 7□5 sayısı 3 ile kalansız bölünüyor. □ yerine gelebilecek rakamları bul. Bunlardan hangisi sayıyı 9'a da bölünür yapar?**

7 + □ + 5 = 12 + □. Bu toplam 3'ün katı olmalı: 12, 15, 18, 21 ⇒ □ = 0, 3, 6 veya 9 (705, 735, 765, 795). 9'a bölünme için 12 + □ = 18 olmalı ⇒ yalnız **□ = 6** (765 ÷ 9 = 85).

**ORTA** **Örnek 7. Rakamları birbirinden farklı ve 15 ile kalansız bölünen en büyük üç basamaklı sayı kaçtır?**

15 = 3 × 5 ve 3 ile 5'in ortak böleni yalnız 1 ⇒ sayı hem 5'e hem 3'e bölünmeli. 5 kuralı: son rakam 0 veya 5. En büyükten başla: 98□: 980 → 9+8+0 = 17 olmaz; 985 → 22 olmaz. 97□: 970 → 16 olmaz; 975 → 21, 3'ün katı ve rakamlar farklı. Cevap: **975** (975 = 15 × 65).

**ZOR** **Örnek 8. Bir basketbol turnuvasının final maçına gelen seyirci sayısı dört basamaklı 3a7b sayısıdır (a ve b birer rakam). Seyirciler hem 5'erli hem 6'şarlı sıralara hiç kişi artmadan oturabiliyor. Salonun kapasitesi 3 500 kişi ise salonda kaç seyirci vardır? Tek cevap olduğunu göster.**

6'ya bölünme ⇒ sayı çift; 5'e bölünme ⇒ son rakam 0 veya 5. İkisi birlikte ⇒ **b = 0**. 6 için 3 kuralı da gerekir: 3 + a + 7 + 0 = 10 + a, 3'ün katı ⇒ a = 2, 5 veya 8 ⇒ 3 270, 3 570, 3 870. Kapasite 3 500 olduğundan 3 570 ve 3 870 olamaz. Salonda **3 270 seyirci** var. Kontrol: 3 270 ÷ 30 = 109.

**Taktik:** Rakam bulma sorularında önce son basamağa bakan kuralı (2, 5, 10, 4) uygula; seçenekler bir anda azalır. Sonra rakamlar toplamına geç. Unutma: 9'a bölünen her sayı 3'e de bölünür, tersi doğru değildir (21, 3'e bölünür; 9'a bölünmez).

### Sık yapılan hata

4 kuralında yalnız son rakama bakmak. 3 126'nın son rakamı 6 çift ama 26, 4'e bölünmediği için 3 126 de 4'e bölünmez. Kural son **iki** basamağa bakar.

### Tuzak: zor sorularda puan kaybettiren nokta

- **Ortak böleni olan kuralları birleştirmek.** "6'ya ve 9'a bölünen sayı 54'e bölünür" yanlıştır: 18 hem 6'ya hem 9'a bölünür ama 54'e bölünmez. Birleştirme ancak iki sayının 1'den başka ortak böleni yoksa güvenlidir (2 ve 5, 3 ve 5, 4 ve 9).
- **Bütün olasılıkları denememek.** "☐ yerine gelebilecek rakamlar" soruluyorsa 0'dan 9'a kadar hepsini kontrol et; 7☐5 sorusunda 0'ı yazmayı unutan öğrenci tam puan alamaz.

## 3. Asal sayılar ve asal çarpanlar

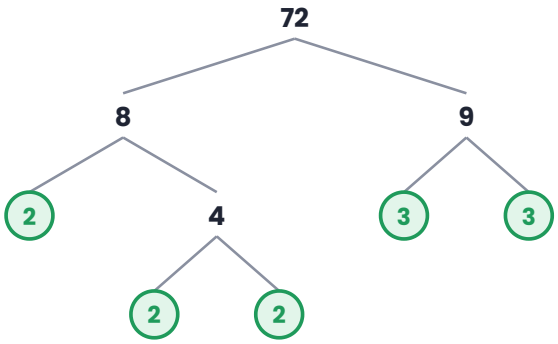
MAT.6.1.3

1'den büyük olup yalnızca 1'e ve kendisine bölünen doğal sayılara **asal sayı** denir; asal sayıların tam iki çarpanı vardır. **1 asal değildir**, çünkü tek bir çarpanı vardır. **2, çift olan tek asal sayıdır.** 1'den büyük ve asal olmayan sayılar **bileşik sayıdır**.




Altı sütunlu kalbur: 2'nin ve 3'ün katlarını çizince 3'ten büyük asallar yalnızca iki sütunda kalır.

Bir sayıyı asal sayıların çarpımı olarak yazmaya **asal çarpanlara ayırma** denir. İki yol kullanılır: **çarpan ağacı** ve **bölen merdiveni**.




$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

Çarpan ağacı

| 150 | 2 |
|---|---|
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

Bölen merdiveni

Asal çarpanlara ayırmanın iki yolu. Yeşil daireler ve sağ sütundaki yeşil sayılar asal çarpanlardır.




$100 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$ $\qquad$ $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

**Sıralama farklı, çarpanlar aynı: $100 = 2^2 \cdot 5^2$**

Ağaca hangi çarpan çiftiyle başlarsan başla, sonunda aynı asal çarpanlara ulaşırsın.

## Derinleşelim

- **1 neden asal sayılmaz?** Her sayının asal çarpanlara ayrılışı tek türlüdür (sıralama dışında): $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$. 1 asal olsaydı $20 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ … diye sonsuz farklı yazılış ortaya çıkardı. Bu tek türlülük bozulmasın diye 1 asal kabul edilmez.
- **2'nin özelliği.** 2'den büyük her çift sayı 2'ye bölündüğü için asal olamaz; 2 dışındaki bütün asallar tektir. Sonuç: iki asal sayının **toplamı ya da farkı tek** ise sayılardan biri mutlaka 2'dir (iki tek sayının toplamı da farkı da çifttir).
- **Asal mı testi.** Sayıyı 2, 3, 5, 7, 11, … asallarıyla sırayla dene; karesi sayıyı aşan asala gelince dur. Hiçbiri bölmüyorsa sayı asaldır.

## Derinleşelim: asal çarpanlar sayının "kimlik kartı"dır

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ yazılışına bakıp bölme yapmadan bölünebilmeye karar verebilirsin. Bir sayıya bölünebilmek için o sayının asal çarpanları kimlik kartında **en az o kadar** bulunmalıdır. $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ için iki tane 2 ve bir tane 3 gerekir; 180'de hepsi var ⇒ bölünür. $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ için üç tane 2 gerekir; 180'de iki tane var ⇒ bölünmez.

**180 =** (2) · (2) · (3) · (3) · (5)

| | | |
|---|---|---|
| $4 = 2 \cdot 2$ | iki tane 2 gerekir, iki tane var | bölünür |
| $9 = 3 \cdot 3$ | iki tane 3 gerekir, iki tane var | bölünür |
| $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ | 2, 2 ve 3 kartta var | bölünür |
| $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ | üç tane 2 gerekir, iki tane var | bölünmez |
| 7 | kartta 7 yok | bölünmez |

## Örnek merdiveni

**KOLAY** **Örnek 9. 132 sayısını asal çarpanlarına ayır. 132'nin asal çarpanları nelerdir?**

132 = 2 · 66 = 2 · 2 · 33 = 2 · 2 · 3 · 11 ⇒ 132 = $\mathbf{2^2 \cdot 3 \cdot 11}$. Asal çarpanları (farklı olanlar): **2, 3 ve 11**.

**ORTA** **Örnek 10. 143 asal sayı mıdır? Kararını nasıl verdiğini açıkla.**

2: 143 tek ⇒ bölünmez. 3: 1 + 4 + 3 = 8 ⇒ bölünmez. 5: 3 ile bitiyor ⇒ bölünmez. 7: 7 × 20 = 140, kalan 3 ⇒ bölünmez. 11: 11 × 13 = 143 ⇒ **bölünür**. 143 = 11 · 13 olduğundan **asal değildir**, bileşiktir. (13 · 13 = 169 > 143 olduğu için 11'e kadar denemek yeterliydi.)

**ORTA** **Örnek 11. Asal çarpanlarına ayrılmış biçimi $2 \cdot 3^2 \cdot 7$ olan sayı kaçtır? Bu sayı 6'ya, 14'e, 27'ye ve 63'e kalansız bölünür mü? Bölme yapmadan açıkla.**

2 · 3 · 3 · 7 = **126**. 6 = 2 · 3: ikisi de var ⇒ **bölünür**. 14 = 2 · 7: ikisi de var ⇒ **bölünür**. 27 = 3 · 3 · 3: üç tane 3 gerekir, sayıda iki tane var ⇒ **bölünmez**. 63 = 3 · 3 · 7: iki tane 3 ve bir 7 var ⇒ **bölünür**.

**ZOR** **Örnek 12. Bir satranç kulübünde iki takımın oyuncu sayıları birer asal sayıdır ve bu sayıların farkı 15'tir. Takımlarda kaçar oyuncu vardır? Başka çözüm olmadığını açıkla.**

15 tek bir sayıdır. İki tek sayının farkı çift olur; o hâlde sayılardan biri çift olmalı. Tek çift asal 2 ⇒ diğer sayı 2 + 15 = 17 (asal). Başka çift asal olmadığından tek çözüm: **2 ve 17 oyuncu**. (İlginç bir not: toplamları 19 da asal.)

**ZOR** **Örnek 13. Asal çarpanları yalnızca 2 ve 3 olan (ikisi de bulunmak zorunda, başka asal çarpanı olmayan) ve 50 ile 100 arasında bulunan bütün sayıları bul.**

Sayı hem 2'ye hem 3'e bölünmeli ⇒ 6'nın katı; ama 5, 7, 11 gibi başka asal çarpanı olmamalı. 6'nın 50 ile 100 arasındaki katları: 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96. Eleme: 60 = $2^2 \cdot 3 \cdot 5$, 66 = 2 · 3 · 11, 78 = 2 · 3 · 13, 84 = $2^2 \cdot 3 \cdot 7$, 90 = 2 · $3^2$ · 5. Kalanlar: 54 = 2 · $3^3$, 72 = $2^3 \cdot 3^2$, 96 = $2^5$ · 3. Cevap: **54, 72, 96**.

**Taktik:** Bir sayının asal olup olmadığını anlamak için küçük asallarla bölmeyi dene ve karesi sayıyı geçen asalda dur. 113 için 2, 3, 5 ve 7 yeterlidir (11 × 11 = 121 > 113); hiçbiri bölmediği için 113 asaldır.

### Sık yapılan hata

1'i asal saymak ve "asal çarpanlar" sorulduğunda tekrar edenleri ayrı ayrı yazmak. 72'nin asal çarpanları "2, 2, 2, 3, 3" değil **2 ve 3**'tür; $2^3 \cdot 3^2$ ise 72'nin asal çarpanlarına **ayrılmış** hâlidir.

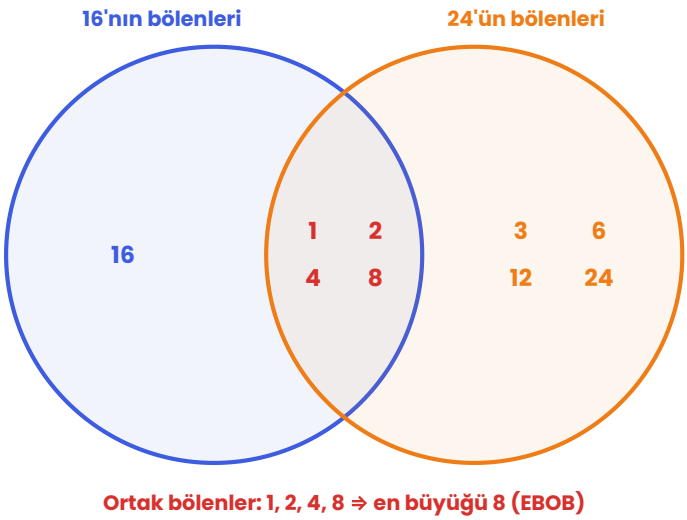
### Tuzak: zor sorularda puan kaybettiren nokta

- **Her tek sayıyı asal sanmak.** 39 = 3 · 13, 69 = 3 · 23, 77 = 7 · 11, 119 = 7 · 17 tek ama asal değil. Rakamlar toplamına bakmak (6 + 9 = 15) 3'e bölünmeyi hemen yakalar.
- **Ayırmayı yarıda bırakmak.** 180 = 4 · 45 yazıp durmak eksik cevaptır; ne 4 ne 45 asaldır. Ağacın bütün dalları asal sayıyla bitene kadar devam et.

# 4. Ortak bölen ve ortak kat

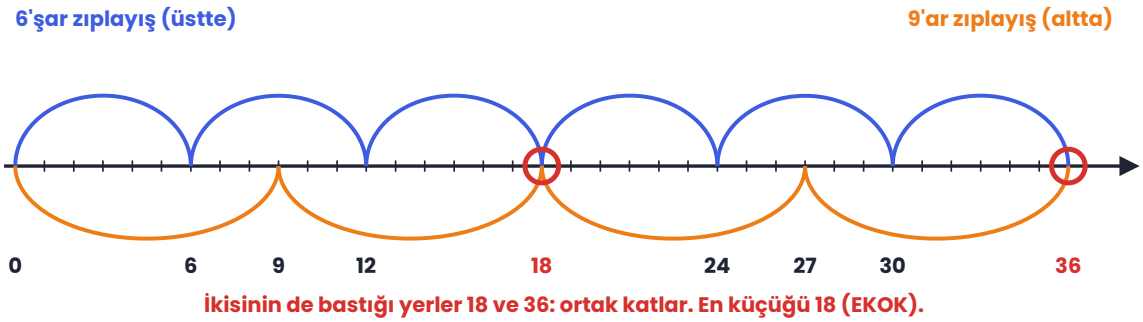
MAT.6.1.4

İki sayıyı da kalansız bölen sayılara **ortak bölen**, bunların en büyüğüne **en büyük ortak bölen (EBOB)** denir. İki sayının da katı olan sayılara **ortak kat**, bunların en küçüğüne **en küçük ortak kat (EKOK)** denir.




16 ve 24'ün bölenleri. Kesişim bölgesindekiler ortak bölenlerdir.

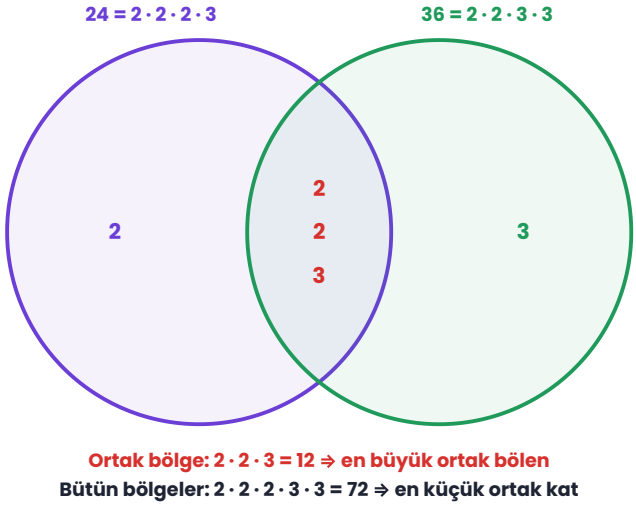
**Bölenler:** 16: 1, 2, 4, 8, 16 · 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 · **Ortak:** 1, 2, 4, 8 ⇒ **en büyük ortak bölen: 8**




6'nın ve 9'un katları sayı doğrusunda: ikisinin de bastığı noktalar kırmızı halkalı.

## Derinleşelim

- **Asal çarpanlarla kısa yol.** 24 = 2 · 2 · 2 · 3 ve 36 = 2 · 2 · 3 · 3. İkisinde de bulunanlar (ortak bölge) 2, 2 ve 3 ⇒ en büyük ortak bölen 2 · 2 · 3 = 12. İki sayıyı da içine alan en küçük çarpım 2 · 2 · 2 · 3 · 3 = 72 ⇒ en küçük ortak kat 72 (şekildeki bütün bölgelerin çarpımı).
- **Ortak bölenler, en büyük ortak bölenin bölenleridir:** 16 ve 24 için 1, 2, 4, 8 tam olarak 8'in bölenleridir. Ortak katlar da en küçük ortak katın katlarıdır: 18, 36, 54, ...
- **Uç durum.** Bir sayı ötekinin katıysa (8 ile 24) en büyük ortak bölen küçük sayı (8), en küçük ortak kat büyük sayıdır (24).
- **Kalanlı ve eksikli problemler.** "5'erli ve 7'şerli sayınca hep 2 artıyor" ⇒ sayı = ortak kat + 2. "6'şarlı dizince 4, 8'erli dizince 6 kitap kalıyor" ise her iki durumda da sıranın dolması için 2 kitap **eksik** ⇒ sayı = ortak kat - 2.

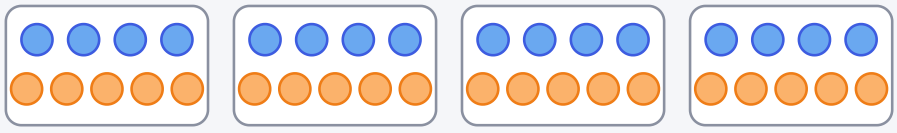



24 ve 36'nın asal çarpanları. Ortak bölge EBOB'u, bütün bölgeler EKOK'u verir.

## Örnek merdiveni

**KOLAY** **Örnek 14. Okulun spor odasında 16 voleybol ve 20 basketbol topu var. Toplar, her filede aynı sayıda voleybol ve aynı sayıda basketbol topu olacak şekilde ve hiç top artmadan filelere konacak. En fazla kaç file kullanılır?**

File sayısı hem 16'yı hem 20'yi bölmeli: 16'nın bölenleri 1, 2, 4, 8, 16; 20'nin bölenleri 1, 2, 4, 5, 10, 20 ⇒ ortak bölenler 1, 2, 4. En fazla file ⇒ en büyük ortak bölen = **4 file**. Her filede 16 ÷ 4 = 4 voleybol, 20 ÷ 4 = 5 basketbol topu.

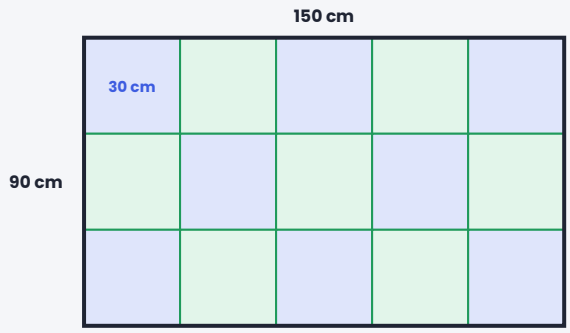



**16 voleybol + 20 basketbol topu ⇒ 4 file; her filede 4 voleybol, 5 basketbol topu**

**KOLAY** **Örnek 15. Okul korosu 6 günde bir, tiyatro kulübü 8 günde bir aynı salonda prova yapıyor. Bugün ikisi de salondaydı. En az kaç gün sonra yine aynı gün prova yaparlar?**

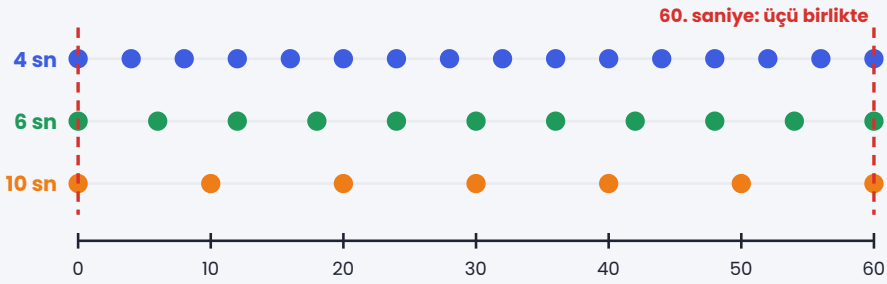
Koronun günleri: 6, 12, 18, 24, 30, … Tiyatronun günleri: 8, 16, 24, 32, … İlk ortak kat 24 ⇒ **24 gün sonra**.

**ORTA** **Örnek 16. Kütüphanedeki 150 cm × 90 cm boyutlarındaki duyuru panosu, hiç boşluk kalmadan ve kesilmeden birbirinin aynısı kare kartlarla kaplanacak. Kullanılabilecek en büyük kartın bir kenarı kaç cm'dir? Bu durumda kaç kart gerekir?**




Kartın kenarı hem 150'yi hem 90'ı bölmeli (ortak bölen); en büyük kart ⇒ en büyük ortak bölen. $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$, $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ ⇒ ortak: $2 \cdot 3 \cdot 5 =$ **30 cm**. Bir sırada 150 ÷ 30 = 5, bir sütunda 90 ÷ 30 = 3 kart ⇒ 5 × 3 = **15 kart**.

ZOR **Örnek 17. Müzik odasındaki üç metronom 4, 6 ve 10 saniyede bir tık sesi çıkarıyor. Saat 10.00.00'da üçü aynı anda tıkladı. a) Üçü bir sonraki sefer saat kaçta birlikte tıklar? b) 10.00.00 ile 10.05.00 arasında (ikisi de dahil) üçü kaç kez birlikte tıklar?**




a) Ortak tık anları 4'ün, 6'nın ve 10'un ortak katlarıdır. $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3$, $10 = 2 \cdot 5$ ⇒ en küçük ortak kat $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ saniye ⇒ **10.01.00**. b) Ortak tıklar 60 saniyede bir: 10.00.00, 10.01.00, 10.02.00, 10.03.00, 10.04.00, 10.05.00 ⇒ **6 kez** (başlangıç anı da sayılır: 300 ÷ 60 + 1).

ZOR **Örnek 18. Okul kütüphanesindeki kitaplar raflara 6'şarlı dizilince 4 kitap, 8'erli dizilince 6 kitap artıyor. Kitap sayısı 100 ile 130 arasında ise kütüphanede kaç kitap vardır?**

Artanlar farklı ama eksikler aynı: 6'şarlıda son sıranın dolması için 6 - 4 = 2, 8'erlide 8 - 6 = 2 kitap eksik. O hâlde kitap sayısına 2 eklenirse hem 6'nın hem 8'in katı olur. 6 ve 8'in ortak katları: 24, 48, 72, 96, 120, 144, ... Kitap sayısı = ortak kat - 2: ..., 94, 118, 142. 100 ile 130 arasında olan yalnız **118 kitap**. Kontrol: $118 = 6 \cdot 19 + 4 = 8 \cdot 14 + 6$.

**Taktik:** Problemin durumuna bak: "eş gruplara ayır, hiç artmasın, en fazla grup / en büyük parça" ⇒ ortak bölen. "Yeniden birlikte, aynı anda, en az kaç gün/saniye sonra" ⇒ ortak kat. Kontrol için: iki sayı için EBOB × EKOK = iki sayının çarpımı (8 × 48 = 16 × 24 = 384).

### Sık yapılan hata

"En fazla" kelimesini görünce ortak katı, "en az" kelimesini görünce ortak böleni seçmek. Karar kelimeye göre değil duruma göre verilir: bir bütünü eş parçalara bölüyorsan bölen, tekrar eden olayların çakışmasını bekliyorsan kat. Panoda "en az kaç kart" sorulsaydı da en büyük kartı, yani ortak böleni arardık.

### Tuzak: zor sorularda puan kaybettiren nokta

- **Başlangıç anını unutmak.** Metronom sorusunda 10.00.00'daki tıkı saymayan öğrenci 5 yazar. "İkisi de dahil" ifadesi başlangıcı ve bitişi saymanı ister.
- **Artan ile eksiği karıştırmak.** Kalanlar aynıysa ortak kata ekle; kalanlar farklı ama eksikler aynıysa ortak kattan çıkar. 118 yerine 122 ya da 120 yazmak doğru yöntemi bilip sonucu kaybetmektir.
- **Kapalı ve açık yol.** Bir pistin çevresi gibi kapalı bir yolda dikilen bayrak sayısı aralık sayısına eşittir; iki ucu açık düz bir yolda bayrak sayısı = aralık sayısı + 1.

## 5. Ondalık gösterimlerde basamak değeri

MAT.6.1.5

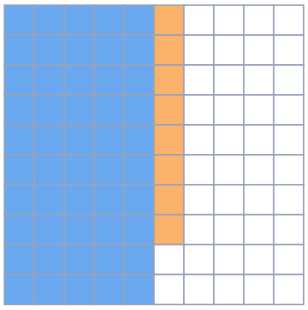
Virgülün solunda **tam kısım**, sağında **kesir kısmı** bulunur. Virgülden sonraki ilk basamak **onda birler** (1/10), ikincisi **yüzde birler** (1/100), üçüncüsü **binde birler** (1/1000) basamağıdır. Bir rakamın **basamak değeri** =

rakam × bulunduğu basamağın değeri.

| Onlar | Birler | , | Onda birler | Yüzde birler | Binde birler |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 6 | , | 5 | 1 | 9 |
| 10 | 1 | | 1/10 | 1/100 | 1/1000 |

**26,519 = 20 + 6 + 5/10 + 1/100 + 9/1000**

Basamak tablosu: virgülün sağına doğru her basamak, solundakinin 10'da biridir.



**100 eş karenin 58'i boyalı**

**5 sütun = 5 onda bir**

**8 kare = 8 yüzde bir**

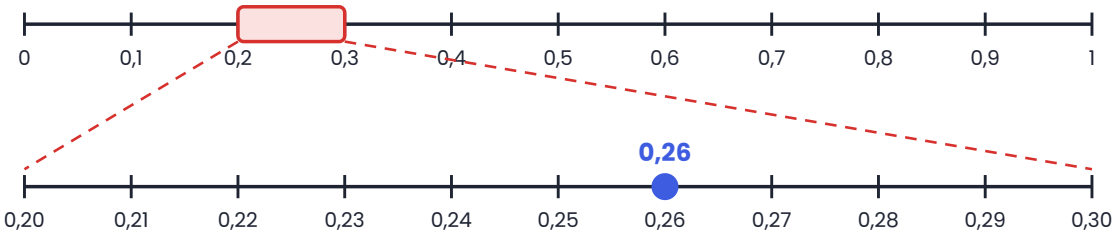
**58/100 = 0,58**

= 5/10 + 8/100

Onluk-yüzlük model: 0,58

### Sporda ve müzikte ondalıklar

- 1,65 m boy = 1 m + 6/10 m + 5/100 m = 1 m 65 cm
- 42,195 km maraton = 42 km 195 m (binde birler = metre)
- 12,75 TL'lik tel = 12 lira 75 kuruş
- 3,5 dakikalık şarkı = 3 dakika 30 saniye (onda biri 6 saniye)




0,2 ile 0,3 arasını 10 eş parçaya bölünce yüzde birler basamağı görünür hâle gelir.

## Derinleşelim

- **Her basamak sağındakinin 10 katıdır.** 1 = 10 onda bir, 0,1 = 10 yüzde bir, 0,01 = 10 binde bir. Bu yüzden 0,4 = 40 yüzde bir = 400 binde bir.
- **Paydası 10, 100 ya da 1000 yapılabilen kesirler.** Genişletip ondalık gösterime çevir: 1/2 = 5/10 = 0,5 · 2/5 = 4/10 = 0,4 · 7/20 = 35/100 = 0,35 · 3/50 = 6/100 = 0,06 · 1/8 = 125/1000 = 0,125.
- **Sıfırın yeri önemlidir.** Sondaki sıfırlar değeri değiştirmez (0,7 = 0,70 = 0,700); araya giren sıfırlar değiştirir (0,7; 0,07 ve 0,007 farklı sayılardır).
- **Bir rakamı değiştirmek.** 6,512'nin onda birler basamağındaki 5 yerine 8 yazarsan sayı 3 onda bir, yani 0,3 büyür: 6,812.
- **Okuma.** 7,04 "yedi tam yüzde dört", 15,206 "on beş tam binde iki yüz altı" diye okunur: kesir kısmı, en sağdaki basamağın adıyla söylenir.

## Örnek merdiveni

**KOLAY** **Örnek 19. 40,739 sayısındaki 0, 7, 3 ve 9 rakamlarının basamak değerlerini yaz.**

0 birler basamağında: 0 × 1 = 0. 7 onda birler basamağında: 7/10 = **0,7**. 3 yüzde birler basamağında: 3/100 = **0,03**. 9 binde birler basamağında: 9/1000 = **0,009**. Çözümleme: 40,739 = 40 + 0 + 7/10 + 3/100 + 9/1000.

**ORTA** **Örnek 20. Çözümlemesi 5 × 1/1000 + 8 × 1 + 6 × 1/10 + 2 × 100 olan sayıyı yaz.**

Terimleri büyük basamaktan küçüğe diz: 2 yüzlük, 8 birlik, 6 onda bir, 5 binde bir. Onlar ve yüzde birler basamaklarında rakam yok ⇒ oralara 0 yazılır. Sayı: **208,605**.

**ORTA** **Örnek 21. 7/20 ve 9/25 kesirlerini ondalık gösterimle yaz. Hangisi daha büyüktür, fark kaç yüzde birdir?**

7/20 = 35/100 = **0,35**; 9/25 = 36/100 = **0,36**. Onda birler basamakları eşit (3), yüzde birlerde 6 > 5 ⇒ 9/25 daha büyük. Fark **1 yüzde bir** (0,01).

**ZOR** **Örnek 22. Okul atletizm şenliğinin uzun atlama yarışında Selin 4,8 m, Melis 4,75 m, Zeynep 4,805 m atladı. a) Sıralamayı birinciden sonuncuya yaz. b) Selin, Melis'ten kaç yüzde bir metre, yani kaç santimetre fazla atladı? c) Zeynep'in derecesini okunuşuyla yaz ve binde birler basamağındaki rakamın basamak değerini belirt.**




Sağa gidildikçe atlama uzar. 4,8 ile 4,81 arasındaki küçük çizgi 4,805'i gösterir.

a) Uzun atlamada büyük olan kazanır. Basamakları eşitle: Selin 4,800 · Melis 4,750 · Zeynep 4,805. Tam kısımlar eşit; onda birlerde Melis'te 7, ötekilerde 8 ⇒ Melis sonuncu. Selin ile Zeynep'te yüzde birler eşit (0), binde birlerde 5 > 0 ⇒ Zeynep önde. Sıra: **Zeynep – Selin – Melis**. b) 4,80 = 480 yüzde bir, 4,75 = 475 yüzde bir ⇒ fark **5 yüzde bir metre = 5 cm**. c) **Dört tam binde sekiz yüz beş metre**; binde birlerdeki 5'in basamak değeri 5/1000 = 0,005 (5 mm).

**Taktik:** Paydadaki sıfır sayısı, rakamın virgülden sonraki sırasını söyler: 9/1000 ⇒ 3 sıfır ⇒ virgülden sonra 3. basamak: 0,009. Karşılaştırmada önce basamak sayılarını sıfır ekleyerek eşitle: 4,8 = 4,800 ve 4,800 < 4,805.

### Sık yapılan hata

Sayı değeri ile basamak değerini karıştırmak. 26,519'da 1'in sayı değeri 1, basamak değeri ise 1/100 = 0,01'dir. Bir de "virgülden sonra daha çok rakamı olan daha büyüktür" sanmak: 4,75 < 4,8.

### Tuzak: zor sorularda puan kaybettiren nokta

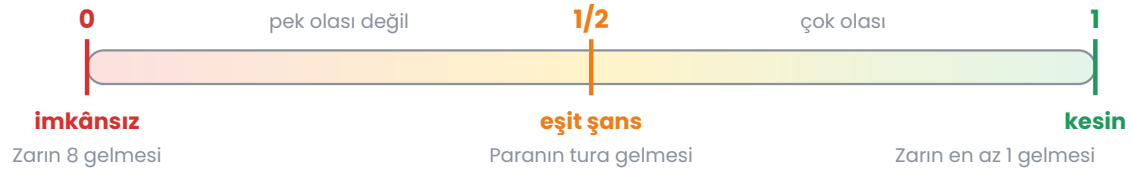
- **Uzun olan büyük değildir.** 4,75'in iki ondalık basamağı var ama 4,8'den küçüktür. Basamakları eşitlemeden sıralama yapma.
- **Boş basamağı atlamak.** Çözümlemede bir basamağa ait terim yoksa (208,605'te onlar ve yüzde birler) yerine 0 yazılmalı; 28,65 yazan öğrenci hem tam kısmı hem kesir kısmını bozar.

# 6. Deneysel olasılık

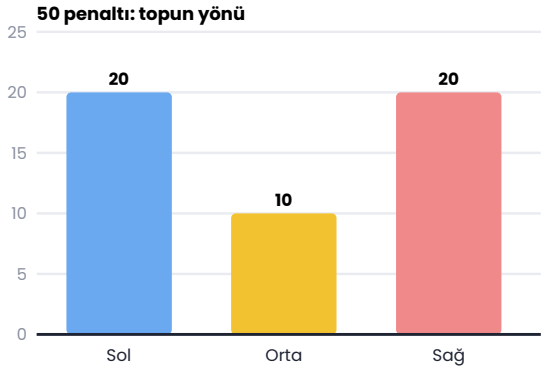
MAT.6.6.1 · 2 soru

Bir deneyi (zar atmak, çark çevirmek, penaltı atmak) defalarca tekrarlayıp sonuçları kaydedersek, bir olayın ne kadar olası olduğunu **tahmin** edebiliriz. Gözleme dayanan bu tahmine **deneysel olasılık** denir.

**Deneysel olasılık = olayın gözlenme sayısı ÷ toplam deneme sayısı**

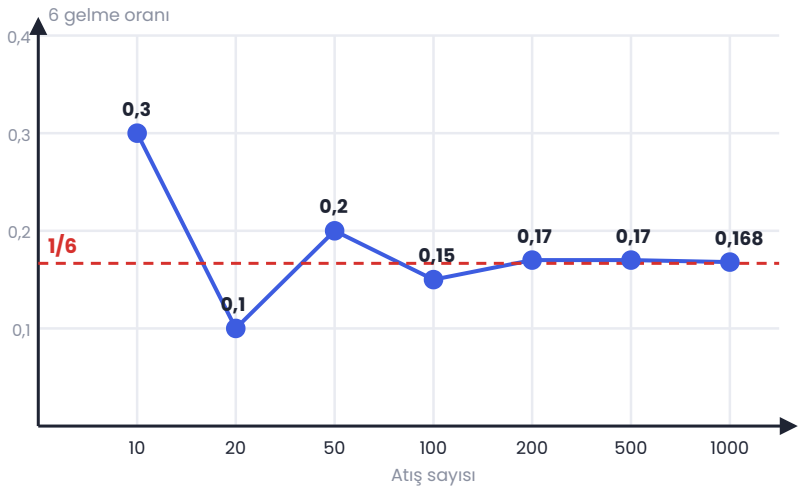



Olasılık her zaman 0 ile 1 arasında bir sayıdır.




Bir kalecinin karşılaştığı 50 penaltıda topun gittiği yön

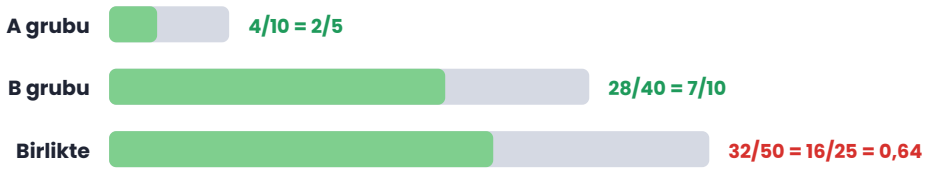
**Tahminler:**
Sol: 20/50 = 2/5
Orta: 10/50 = 1/5
Sağ: 20/50 = 2/5
Toplam: 2/5 + 1/5 + 2/5 = 1
**Yorum:** Bu kaleci için ortada beklemek en az işe yarayan seçim gibi görünüyor.




Bir oyun zarıyla yapılan deneyde 6 gelme oranı: atış sayısı arttıkça oran 1/6 çevresinde toplanıyor.

### Derinleşelim

- **Deneysel olasılık bir tahmindir.** Deneyi tekrarlarsan biraz farklı sonuç alabilirsin. Deneme sayısı arttıkça oranlar belli bir değerin çevresinde dengelenir; çok denemeye dayanan tahmin daha güvenilirdir.
- **Kontrol kuralları.** Sıklık tablosundaki sayıların toplamı deneme sayısına eşittir; bütün sonuçların olasılıkları toplamı 1'dir; olasılık 0'dan küçük ya da 1'den büyük olamaz. Bir olayın **olmama** olasılığı = (deneme sayısı - gözlenme sayısı) ÷ deneme sayısı.
- **İki deneyi birleştirmek.** Başarı sayılarını kendi arasında, deneme sayılarını kendi arasında topla, sonra böl. Olasılıkların ortalamasını alma: aşağıdaki şekilde 2/5 ile 7/10'un ortalaması 11/20 = 0,55 olurdu, doğrusu 0,64.
- **Tahmin yapmak.** Yeni deneme sayısının ya da torbadaki toplam nesne sayısının "olasılık kadarını" al ve sonucun yanına "yaklaşık" yaz.
- **Ondalıkla bağlantı.** 3/5 = 6/10 = 0,6; 7/20 = 35/100 = 0,35; 3/8 = 375/1000 = 0,375. Olasılığı ondalık gösterimle de yazabilirsin (6.1.5 ile bağlantı).




Yeşil: başarılı deneme · gri: başarısız. Birleştirirken sayıları topla, oranların ortalamasını alma!

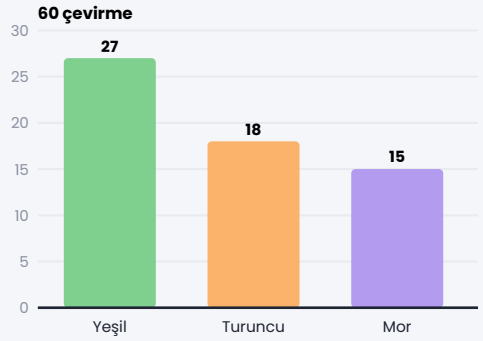
Farklı sayıda denemeyi birleştirmek (bir okul oyununda iki grubun hedef tutturma denemeleri).

## Örnek merdiveni

**KOLAY** **Örnek 23. Bir voleybol oyuncusu 25 servisinin 20'sinde topu karşı sahaya düşürüyor. a) Başarılı servis atmasının deneysel olasılığı nedir? b) 60 servis atarsa yaklaşık kaç başarılı servis beklenir?**

a) 20/25 = **4/5**. b) Tahmin = olasılık × yeni deneme sayısı = 4/5 × 60 = 60 ÷ 5 × 4 = **yaklaşık 48 servis**. (Bu bir tahmin, kesin sonuç değil.)

**ORTA** **Örnek 24. Bir masa oyunundaki çark 60 kez çevrildi; sonuçlar grafikte. a) Her rengin deneysel olasılığını sadeleştirerek yaz. b) Turuncu gelmeme olasılığı nedir?**

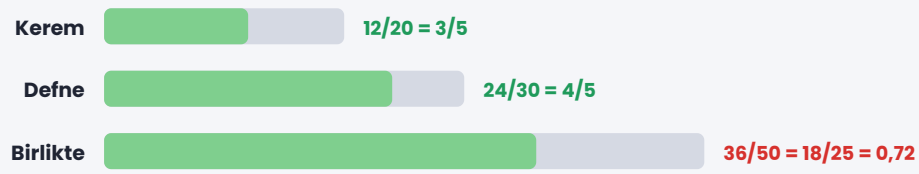



a) Yeşil 27/60 = **9/20**, turuncu 18/60 = **3/10**, mor 15/60 = **1/4**. Kontrol: 9/20 + 6/20 + 5/20 = 20/20 = 1. b) Turuncu gelmeyen çevirmeler 60 - 18 = 42 ⇒ 42/60 = **7/10**.

**ZOR** **Örnek 25. Okul kütüphanesinin "sürpriz kitap" kutusunda roman, bilim ve şiir kartlarından oluşan toplam 30 kart var. Çekilen kartın türü yazılıp kart kutuya geri konuyor. 90 çekilişte 45 roman, 30 bilim, 15 şiir kartı geliyor. a) Kutuda her türden yaklaşık kaç kart olduğunu tahmin et. b) "Kutuda kesinlikle 5 şiir kartı var" denebilir mi? Açıkla.**

a) Deneysel olasılıklar: roman 45/90 = 1/2, bilim 30/90 = 1/3, şiir 15/90 = 1/6. Tahmin = toplam kartın olasılık kadarı: roman 30'un 1/2'si = **15**, bilim 30'un 1/3'ü = **10**, şiir 30'un 1/6'sı = **5**. Kontrol: 15 + 10 + 5 = 30. b) **Hayır.** Deneysel olasılık gözleme dayalı bir tahmindir; gerçek sayı biraz farklı olabilir (4 ya da 6 şiir kartı gibi). Çekiliş sayısı arttıkça tahmin güçlenir.

**ZOR** **Örnek 26. Okçuluk kulübünde Kerem 20 atışta 12 kez, Defne 30 atışta 24 kez hedefin sarı halkasını vuruyor. a) Her birinin deneysel olasılığını bul. b) İki öğrencinin atışlarını birleştirerek kulübün sarı halkayı vurma olasılığını kesir ve ondalık gösterimle yaz. c) Kulüp 150 atış yaparsa yaklaşık kaç sarı halka isabeti beklenir?**




Yeşil: başarılı deneme · gri: başarısız. Birleştirirken sayıları topla, oranların ortalamasını alma!

a) Kerem: 12/20 = **3/5**; Defne: 24/30 = **4/5**. b) Toplam isabet 12 + 24 = 36, toplam atış 20 + 30 = 50 ⇒ 36/50 = **18/25 = 72/100 = 0,72**. (3/5 ile 4/5'in ortalaması olan 7/10 = 0,70 yanlıştır; Defne daha çok atış yaptığı için sonucu daha çok etkiler.) c) 150'nin 18/25'i: 150 ÷ 25 × 18 = **yaklaşık 108 isabet**.

**Taktik:** Bütün sonuçların olasılıklarını toplayınca 1 bulmalısın; hesabını bununla kontrol et. Tahmin sorularında "olasılık × deneme sayısı" kullan ve sonucun yanına mutlaka "yaklaşık" yaz.

### Sık yapılan hata

Az denemeye fazla güvenmek. Bir zarı 12 kez atıp hiç 6 görmemek zarın hileli olduğunu kanıtlamaz; deneme sayısı arttıkça sonuçlar beklenen değere yaklaşır. Bir de olasılığı 1'den büyük yazmak (ör. 20/12): pay, paydadan hiçbir zaman büyük olamaz.

### Tuzak: zor sorularda puan kaybettiren nokta

- **Olasılıkların ortalamasını almak.** Deneme sayıları farklıysa 3/5 ile 4/5'in ortalaması (7/10) birleşik olasılık değildir; doğrusu 36/50 = 18/25. Önce sayıları topla, sonra böl.
- **Tahmini kesin bilgi gibi yazmak.** "Kutuda 5 şiir kartı var" yerine "yaklaşık 5 şiir kartı olduğunu tahmin ederim" yaz. Puanlama anahtarında "yaklaşık/tahmin" ifadesi ayrıca puanlanabilir.

## 90+ Atölyesi

Konuları birleştiren 7 zor problem · önce kendin dene, sonra çözümü oku

Bu bölümdeki sorular 90'ın üstünü belirleyen cinsten: birden fazla kazanımı bir arada kullanıyor ve gerekçe istiyor. Her çözümün altında öğrencilerin en sık puan kaybettiği yeri kırmızıyla işaretledik.

**B1** **Formanın şifresi**

Bir basketbolcunun dolap şifresi bir ondalık sayıdır. Tam kısmı, 20 ile 30 arasındaki en büyük asal sayıdır. Onda birler basamağındaki rakam, 30'un farklı asal çarpanlarının **sayısıdır**. Yüzde birler basamağındaki rakamın basamak değeri 0'dır. Binde birler basamağındaki rakam, hem 2'ye hem 3'e bölünen en büyük rakamdır. a) Şifreyi yaz ve çözümle. b) Onda birler ile binde birler basamağındaki rakamların yerleri değiştirilirse sayı büyür mü, küçülür mü? Kaç binde bir değişir?

| Onlar | Birler | , | Onda birler | Yüzde birler | Binde birler |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 9 | , | 3 | 0 | 6 |
| 10 | 1 | | 1/10 | 1/100 | 1/1000 |

**29,306 = 20 + 9 + 3/10 + 0/100 + 6/1000**

20 ile 30 arasındaki asallar 23 ve 29 ⇒ en büyüğü 29. 30 = 2 · 3 · 5 ⇒ 3 farklı asal çarpan ⇒ onda birlerde 3. Basamak değeri 0 ⇒ yüzde birlerde 0. Hem 2'ye hem 3'e bölünen rakamlar (6'ya bölünenler) 0 ve 6 ⇒ en büyüğü 6. a) **29,306** = 20 + 9 + 3/10 + 0/100 + 6/1000. b) Yeni sayı 29,603. Onda birlerde 6 > 3 ⇒ **büyür**. Fark: 29,603 − 29,306 = 0,297 = **297 binde bir**.

**Puan kaybettiren nokta:** "Farklı asal çarpanlarının sayısı" ile "toplamı"nı karıştırmak; 2 + 3 + 5 = 10 bir rakam bile değildir. Soru sayıyı soruyor: 3.

**B2** **Olimpiyat madalyaları**

Okul olimpiyatında dağıtılacak madalya sayısı dört basamaklı a46b sayısıdır (a ve b birer rakam). Madalyalar 3'erli, 4'erli ve 5'erli kutulara hiç madalya artmadan konabiliyor. a) Madalya sayısı kaç olabilir? Bütün olasılıkları bul. b) Bulduğun en küçük sayıyı asal çarpanlarına ayır.

5 kuralı ⇒ b = 0 veya 5. 4 kuralı ⇒ son iki basamak 6b, 4'ün katı ⇒ 60 veya 64 (65 olamaz) ⇒ ikisinin ortak çözümü **b = 0**. 3 kuralı ⇒ a + 4 + 6 + 0 = 10 + a, 3'ün katı ⇒ a = 2, 5 veya 8 (a = 0 olamaz, sayı dört basamaklı). a) **2 460, 5 460, 8 460**. b) 2 460 = 2 · 1 230 = 2 · 2 · 615 = 2 · 2 · 3 · 205 = 2 · 2 · 3 · 5 · 41 ⇒ **2 460 = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 41$** (41 asal: 2, 3, 5'e bölünmez ve 7 · 7 = 49 > 41).

**Puan kaybettiren nokta:** Bir tek a değeri bulup durmak. "Bütün olasılıklar" isteniyorsa 10 + a'nın alabileceği bütün 3 katlarını (12, 15, 18) tek tek yaz.

**B3** **Antrenman takvimi**

Yüzme takımı 4 günde bir, atletizm takımı 6 günde bir aynı tesiste antrenman yapıyor. Bugün pazartesi ve iki takım da tesiste. a) İki takım en az kaç gün sonra yine aynı gün tesiste olur? O gün haftanın hangi günüdür? b) İki takım ilk kez kaç gün sonra yine bir **pazartesi** günü birlikte antrenman yapar?

a) Birlikte antrenman günleri 4 ve 6'nın ortak katlarıdır: 4'ün katları 4, 8, 12, ...; 6'nın katları 6, 12, ... ⇒ en küçük ortak kat **12 gün**. Haftalar 7 günde bir tekrarlanır: 12 = 7 + 5 ⇒ pazartesiden 5 gün sonrası **cumartesi**. b) Birlikte olunan günler 12'nin katları; pazartesiye denk gelmesi için gün sayısı 7'nin de katı olmalı. 12 = $2^2 \cdot 3$ ve 7 asal ⇒ en küçük ortak kat 12 · 7 = **84 gün**.

**Puan kaybettiren nokta:** b şıkkında 12 · 7'yi kurmak yerine "12 gün sonra" deyip haftanın gününü kontrol etmemek. İki ayrı koşul (birlikte olmak ve pazartesi olmak) iki ayrı kat demektir.

**B4** **Spor şenliği takımları**

6-A'da 28, 6-B'de 35, 6-C'de 42 öğrenci var. Spor şenliği için öğrenciler takımlara ayrılacak: bütün takımlarda aynı sayıda öğrenci olacak, her takım tek bir sınıfın öğrencilerinden oluşacak ve hiç öğrenci açıkta kalmayacak. Takımlar olabildiğince kalabalık olacak. a) Bir takımda kaç öğrenci olur? b) Toplam kaç takım kurulur? c) 6-B'ye 1 yeni öğrenci gelirse takımlar kaç kişilik olur ve kaç takım kurulur?

a) Takım büyüklüğü 28'i, 35'i ve 42'yi bölmeli; en kalabalık takım ⇒ en büyük ortak bölen. $28 = 2^2 \cdot 7$, $35 = 5 \cdot 7$, $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ⇒ ortak çarpan yalnız 7 ⇒ **7 kişilik takımlar**. b) 28 ÷ 7 + 35 ÷ 7 + 42 ÷ 7 = 4 + 5 + 6 = **15 takım**. c) 6-B 36 kişi olur: $36 = 2^2 \cdot 3^2$. 28, 36 ve 42'nin ortak çarpanı yalnız 2 ⇒ **2 kişilik takımlar**; 14 + 18 + 21 = **53 takım**. Tek bir öğrenci düzeni tamamen değiştirdi!

**Puan kaybettiren nokta:** c şıkkında önceki cevabı (7) koruyup 36 ÷ 7'nin tam çıkmadığını fark etmemek. Veri değişince en büyük ortak böleni baştan hesapla.

**B5** **Turnuva çarkı**

Bir oyun turnuvasında 4 masa aynı çarkı çevirip "kırmızı" gelme sayısını kaydediyor.

| Masa | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| **Çevirme sayısı** | 20 | 40 | 60 | 80 |
| **Kırmızı** | 7 | 11 | 16 | 21 |

a) Hangi masanın tahmini en güvenilirdir? Neden? b) Bütün masaların verisini birleştirerek kırmızı gelme olasılığını kesir ve ondalık gösterimle yaz. c) Çark 1 000 kez çevrilirse yaklaşık kaç kez kırmızı **gelmemesi** beklenir?

a) **4. masa**: en çok çevirmeyi (80) o yapmış; deneme sayısı arttıkça oran dengelenir. b) Toplam çevirme 20 + 40 + 60 + 80 = 200, kırmızı 7 + 11 + 16 + 21 = 55 ⇒ 55/200 = **11/40 = 275/1000 = 0,275**. c) Kırmızı gelmeme: 200 - 55 = 145 ⇒ 145/200 = 29/40. 1 000'in 29/40'ı = 1 000 ÷ 40 × 29 = **yaklaşık 725 kez**.

**Puan kaybettiren nokta:** c şıkkında "gelmemesi" kelimesini kaçırıp 275 yazmak. Soru kökünü sonuna kadar oku ve istenen olayın altını çiz.

**B6** **Kütüphane çekilişi**

Kütüphane haftasında bir kutuda 40 jeton var; bir kısmı altın renkli. Çekilen jeton geri konarak 120 çekiliş yapılıyor ve 45 kez altın jeton geliyor. a) Altın jeton çekmenin deneysel olasılığını sadeleştir ve ondalık gösterimle yaz. Ondalık gösterimdeki 7 rakamının basamak değerini belirt. b) Kutuda yaklaşık kaç altın jeton vardır?

a) 45/120: pay ve payda 15'e bölünür ⇒ **3/8**. 3/8 = 375/1000 = **0,375**. 7 yüzde birler basamağında ⇒ basamak değeri **7/100 = 0,07**. b) Kutudaki 40 jetonun 3/8'i: 40 ÷ 8 × 3 = **yaklaşık 15 altın jeton**.

**Puan kaybettiren nokta:** Tahmini 120 çekiliş üzerinden yapmak (120'nin 3/8'i = 45). Soru kutudaki 40 jetonu soruyor.

**B7** **Neden her zaman?**

Rakamları aynı olan üç basamaklı sayılar (111, 222, …, 999) her zaman 3'e bölünür ama 9'a bölünmeyebilir. a) Bunun nedenini açıkla. b) Bu sayılardan hangileri 9'a da bölünür? c) $111 = 3 \cdot 37$ olduğunu kullanarak bu sayıların hepsinin 37'ye de bölündüğünü göster.

a) Rakamları aynı olan sayının rakamı a ise rakamlar toplamı $a + a + a = 3 \cdot a$'dır; bu her zaman 3'ün katıdır ⇒ sayı 3'e bölünür. 9'a bölünmesi için $3 \cdot a$'nın 9'un katı, yani a'nın 3'ün katı olması gerekir. b) $a = 3, 6, 9$ ⇒ **333, 666, 999**. c) $aaa = a \cdot 111 = a \cdot 3 \cdot 37$ ⇒ asal çarpanları arasında her zaman 37 vardır ⇒ **37'ye bölünür** (ör. $444 = 4 \cdot 3 \cdot 37 = 12 \cdot 37$).

**Puan kaybettiren nokta:** Birkaç örnek hesaplayıp "oluyor" demek. "Her zaman" iddiası için örnek değil, her sayıda geçerli olan bir gerekçe ($3 \cdot a$) gerekir.

## Prova 1 – Temel

Ülke geneli sınavın yapısında 7 açık uçlu soru · $1 \times 10 + 6 \times 15 = 100$ puan

**Soru 1 (15 puan) · Çarpanlar ve katlar**

Okul bandosundaki 30 müzisyen, her sırada eşit sayıda müzisyen olacak şekilde dikdörtgen düzende dizilecek. Her sırada en az 3, en fazla 10 müzisyen olacak. a) Bir sırada kaç müzisyen olabilir? Bütün olasılıkları yaz. b) Bandoya 6 müzisyen daha katılırsa aynı kurallarla bir sırada kaç müzisyen olabilir?

**Soru 2 (15 puan) · Bölünebilme**

Dört basamaklı 5□16 sayısı 3 ile kalansız bölünmektedir. a) □ yerine gelebilecek rakamları bul. b) Bunlardan hangisi sayıyı 9'a da bölünür yapar? c) □ yerine hangi rakam gelirse gelsin bu sayı 4'e bölünür mü? Kuralla açıkla.

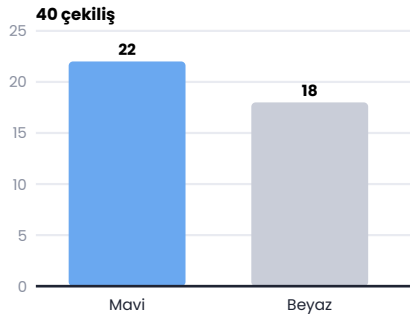
**Soru 3 (15 puan) · Asal çarpanlar**

a) 87 ve 97 sayılarından hangisi asaldır? Gerekçesiyle açıkla. b) 168 sayısını çarpan ağacı veya bölen merdiveni ile asal çarpanlarına ayır, üslü biçimde yaz. c) 168'in farklı asal çarpanlarının toplamı kaçtır?

**Soru 4 (15 puan) · Ortak bölen**

Bir spor kulübü 42 formayı ve 56 şortu, hiç artmayacak ve her pakette aynı sayıda forma ve aynı sayıda şort olacak şekilde paketleyecek. a) En fazla kaç paket hazırlanabilir? b) Her pakette kaç forma ve kaç şort olur?

**Soru 5 (10 puan) · Deneysel olasılık**




İçinde mavi ve beyaz pullar olan bir oyun torbasından, çekilen pul geri atılarak 40 çekiliş yapılmış. Mavi pul çekmenin deneysel olasılığını sadeleştirerek yaz.

**Soru 6 (15 puan) · Deneysel olasılık**

| Zar | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Sayı | 8 | 9 | 7 | 10 | 6 | 10 |

Bir masa oyununda kullanılan zar 50 kez atılmış ve sonuçlar tabloya yazılmış. a) Zarın 3'ten büyük gelmesinin deneysel olasılığı nedir? b) Zar 150 kez atılsa yaklaşık kaç kez 3'ten büyük gelmesi beklenir? c) Bu tabloya bakarak "zar hileli" denebilir mi? Açıkla.

**Soru 7 (15 puan) · Ondalık gösterim**

38,062 sayısı veriliyor. a) 6 ve 2 rakamlarının basamak değerlerini hem kesir hem ondalık gösterimle yaz. b) Sayıyı basamak değerlerine göre çözümle. c) Sayıdaki 0 rakamı hangi basamaktadır? O basamağa 4 yazılırsa sayı kaç onda bir büyür?

## Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Toplam 100 puan · kısmi puanlar öneridir

**Soru 1 (15).** a) 30'un çarpan çiftleri: 1 × 30, 2 × 15, 3 × 10, 5 × 6 **(3 p)**; 3 ile 10 arasındakiler: **3, 5, 6, 10** müzisyen **(5 p)**. b) 30 + 6 = 36; 36'nın çarpanları 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 **(3 p)**; 3 ile 10 arasındakiler: **3, 4, 6, 9** müzisyen **(4 p)**.

**Soru 2 (15).** a) 5 + □ + 1 + 6 = 12 + □, 3'ün katı olmalı ⇒ □ = 0, 3, 6, 9 (5 016, 5 316, 5 616, 5 916) **(6 p)**. b) 12 + □ = 18 ⇒ □ = 6; 5 616 (5 616 ÷ 9 = 624) **(5 p)**. c) Evet; son iki basamak her durumda 16 ve 16 = 4 × 4, □ bu kararı etkilemez **(4 p)**.

**Soru 3 (15).** a) 87: 8 + 7 = 15 ⇒ 3'e bölünür, 87 = 3 · 29, asal değil. 97: 2, 3, 5, 7'ye bölünmez ve 11 · 11 = 121 > 97 ⇒ **97 asal (4 p)**. b) 168 = 2 · 84 = 2 · 2 · 42 = 2 · 2 · 2 · 21 = 2 · 2 · 2 · 3 · 7 ⇒ **$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$ (8 p)**. c) 2 + 3 + 7 = **12 (3 p)**.

**Soru 4 (15).** a) Paket sayısı 42'yi ve 56'yı bölmeli; 42 = 2 · 3 · 7, 56 = $2^3$ · 7 ⇒ en büyük ortak bölen 2 · 7 = 14 ⇒ **14 paket (9 p)**. b) 42 ÷ 14 = **3 forma**, 56 ÷ 14 = **4 şort (6 p)**.

**Soru 5 (10).** Mavi: 22 kez, toplam 40 çekiliş (veri) **(4 p)**; oran 22/40 **(3 p)**; sadeleştirme: **11/20 (3 p)**.

**Soru 6 (15).** a) 3'ten büyük: 4, 5, 6 ⇒ 10 + 6 + 10 = 26 ⇒ 26/50 = **13/25 (5 p)**. b) 150'nin 13/25'i = 150 ÷ 25 × 13 = **yaklaşık 78 kez (5 p)**. c) Hayır; 50 atış az bir deneme, sayıların 6–10 arasında dağılması normal. Hileden söz etmek için çok daha fazla atış gerekir **(5 p)**.

**Soru 7 (15).** a) 6 yüzde birler basamağında: 6/100 = 0,06; 2 binde birler basamağında: 2/1000 = 0,002 **(6 p)**. b) 38,062 = 30 + 8 + 0/10 + 6/100 + 2/1000 **(6 p)**. c) Onda birler basamağı; 4 yazılırsa 38,462 olur, **4 onda bir** (0,4) büyür **(3 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 10 + 15 + 15 = 100 puan.

# Prova 2 – 90+ Zorluk

Ülke geneli sınavın yapısında 7 açık uçlu soru · 1 × 10 + 6 × 15 = 100 puan · 40 dakikada çözmeyi dene

**Soru 1 (15 puan) · Çarpanlar ve katlar**

Bir okul turnuvasındaki 84 oyuncu, eşit sayıda kişiden oluşan takımlara ayrılacak. Her takımda en az 4, en fazla 15 oyuncu olacak. a) Bir takımda kaç oyuncu olabilir? Bütün olasılıkları yaz. b) Turnuvadan 6 oyuncu çekilirse aynı kurallarla bir takımda kaç oyuncu olabilir? c) İki durumda da kurulabilen takım büyüklüğü hangisidir? Bunun 84 ve 78 ile ilişkisini açıkla.

**Soru 2 (15 puan) · Bölünebilme**

Dört basamaklı a37b sayısı hem 2'ye hem 9'a kalansız bölünmektedir; a ile b birbirinden farklı rakamlardır. a) b'nin alabileceği değerleri 2 ile bölünebilme kuralına göre yaz. b) Koşula uyan bütün sayıları bul. c) Bu sayılardan en büyüğü 4'e de bölünür mü? Açıkla.

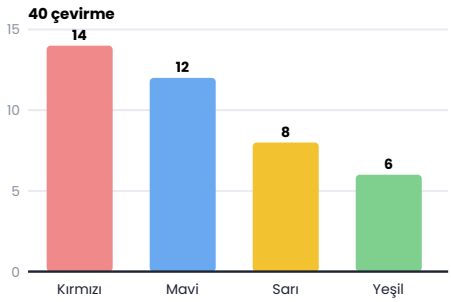
**Soru 3 (15 puan) · Asal çarpanlar**

Bir sayının asal çarpanlarına ayrılmış biçimi $2 \cdot 3^2 \cdot p$'dir; p, 2 ve 3'ten farklı bir asal sayıdır. Sayı 100 ile 200 arasındadır. a) p ve sayı için bütün olasılıkları bul. b) Bulduğun sayılardan hangisi 63'e kalansız bölünür? Bölme yapmadan açıkla. c) 133 asal mıdır? Açıkla.

**Soru 4 (15 puan) · Ortak kat**

Okul korosundaki öğrenciler 4'erli sıralanınca 3, 5'erli sıralanınca 4, 6'şarlı sıralanınca 5 öğrenci artıyor. a) Öğrenci sayısına 1 eklenirse ne olur? Gerekçesiyle açıkla. b) Öğrenci sayısı 200'den azsa kaç olabilir? c) Koroda 100'den fazla, 150'den az öğrenci varsa koro kaç kişidir?

**Soru 5 (10 puan) · Deneysel olasılık**




Bir turnuva çarkı 40 kez çevrilmiş ve sonuçlar grafikte verilmiş.
a) Mavi gelmesinin deneysel olasılığını kesir ve ondalık gösterimle yaz.
b) Kırmızı ya da sarı gelmesinin deneysel olasılığını kesir ve ondalık gösterimle yaz.

**Soru 6 (15 puan) · Deneysel olasılık**

Futbol takımında Arda 80 penaltıda 56, Berk 20 penaltıda 17 gol atıyor. a) Arda'nın ve Berk'in deneysel olasılıklarını bul. b) İki oyuncunun atışlarını birleştirerek takımın penaltıyı gole çevirme olasılığını kesir ve ondalık gösterimle yaz. c) Berk'in oranı daha yüksek olduğu hâlde kimin tahmini daha güvenilirdir? Neden? d) Takım 300 penaltı atarsa birleşik sonuca göre yaklaşık kaç gol beklenir?

**Soru 7 (15 puan) · Ondalık gösterim**

Çözümlemesi 7 × 1/100 + 1 × 10 + 9 × 1/1000 olan sayı veriliyor. a) Sayıyı ondalık gösterimle yaz. b) 7 rakamının basamak değerini kesir ve ondalık gösterimle yaz. c) Sayının onda birler basamağındaki rakam 4 yapılırsa yeni sayı ne olur? Sayı kaç onda bir büyür? d) 10,7; 10,079; 10,709 ve 10,08 sayılarını küçükten büyüğe sırala.

# Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Toplam 100 puan · adım adım kısmi puan önerisi · 85 ve üstü ⇒ 90+ için hazırsın; altındaysa kaybettiğin sorunun bölümündeki "Derinleşelim" ve "Tuzak" kutularına dön

**Soru 1 (15 puan)**

- a) 84'ün çarpanları: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84; 4 ile 15 arasındakiler: **4, 6, 7, 12, 14** **(5 p)**
- b) 84 - 6 = 78; 78'in çarpanları 1, 2, 3, 6, 13, 26, 39, 78; 4 ile 15 arasındakiler: **6, 13** **(4 p)**
- c) İki listede de olan yalnız **6** **(3 p)**
- 6 hem 84'ü hem 78'i böler, yani ortak bölendir (en büyük ortak bölenleri 6); 4, 7, 12, 14 ve 13 ise yalnız birini böler **(3 p)**

**Soru 2 (15 puan)**

- a) 2 kuralı: b çift ⇒ b = 0, 2, 4, 6, 8 **(3 p)**
- b) 9 kuralı: a + 3 + 7 + b = 10 + a + b, 9'un katı ⇒ a + b = 8 veya a + b = 17 **(2 p)**
- b = 0 ⇒ a = 8 ⇒ 8 370; b = 2 ⇒ a = 6 ⇒ 6 372 **(2 p)**
- b = 4 ⇒ a = 4 olur, ama a ile b farklı olmalı ⇒ 4 374 elenir **(2 p)**
- b = 6 ⇒ a = 2 ⇒ 2 376; b = 8 ⇒ a = 0 (dört basamaklı olmaz) ya da a = 9 ⇒ 9 378. Sayılar: **2 376, 6 372, 8 370, 9 378** **(2 p)**
- c) En büyüğü 9 378; son iki basamak 78 ve 78 = 4 × 19 + 2 ⇒ **4'e bölünmez** **(4 p)**

**Soru 3 (15 puan)**

- a) Sayı = $2 \cdot 9 \cdot p = 18 \cdot p$ ve $100 < 18 \cdot p < 200$ kurulumu **(3 p)**
- p = 5 ⇒ 90 (aralık dışı), p = 7 ⇒ 126, p = 11 ⇒ 198, p = 13 ⇒ 234 (aralık dışı) **(3 p)**
- Olasılıklar: **p = 7, sayı 126** ya da **p = 11, sayı 198** **(3 p)**
- b) $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$; $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$'de iki 3 ve bir 7 var ⇒ **126** bölünür; 198'de 7 yok ⇒ bölünmez **(2 p)**
- c) $133 = 7 \cdot 19$ ⇒ 1 ve kendisinden başka bölenleri var, **asal değil** **(4 p)**

**Soru 4 (15 puan)**

- a) Her durumda 1 öğrenci eksik (4 - 3 = 5 - 4 = 6 - 5 = 1) ⇒ sayıya 1 eklenince 4'ün, 5'in ve 6'nın ortak katı olur **(4 p)**
- $4 = 2^2$, $5$, $6 = 2 \cdot 3$ ⇒ en küçük ortak kat $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$; ortak katlar 60, 120, 180, … **(3 p)**
- b) Öğrenci sayısı = ortak kat - 1: **59, 119, 179** **(4 p)**
- c) 100 ile 150 arasında yalnız **119** (kontrol: $119 = 4 \cdot 29 + 3 = 5 \cdot 23 + 4 = 6 \cdot 19 + 5$) **(4 p)**

**Soru 5 (10 puan)**

- a) 12/40 = **3/10** **(3 p)**
- = **0,3** **(3 p)**
- b) Kırmızı ya da sarı: 14 + 8 = 22 ⇒ 22/40 = 11/20 = 55/100 = **0,55** **(4 p)**

**Soru 6 (15 puan)**

- a) Arda: 56/80 = **7/10** **(2 p)**
- Berk: **17/20** **(2 p)**
- b) Toplam 56 + 17 = 73 gol, 80 + 20 = 100 penaltı **(2 p)**
- 73/100 = **0,73** **(2 p)**
- c) Arda'nın tahmini; çünkü 80 penaltıya dayanıyor, deneme sayısı arttıkça tahmin güvenilir olur. Berk'in 20 atışı az **(3 p)**
- d) 300'ün 73/100'ü = 300 ÷ 100 × 73 = 219 ⇒ **yaklaşık 219 gol** **(4 p)**

**Soru 7 (15 puan)**

- a) **10,079** (birler ve onda birler basamağına 0) **(3 p)**
- b) 7/100 = **0,07** **(3 p)**
- c) Yeni sayı **10,479** **(2 p)**
- 4 onda bir (0,4) büyür **(3 p)**
- d) Basamaklar eşitlenir: 10,700; 10,079; 10,709; 10,080 ⇒ **10,079 < 10,08 < 10,7 < 10,709** **(4 p)**

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 10 + 15 + 15 = 100 puan.

## Son gün kontrol listesi

- ☐ Çarpanları 1'den başlayarak eş eş yazıyor, kare sayılarda ortadaki çarpanı bir kez sayıyorum.
- ☐ Bir aralıktaki katları sayarken sınırların dahil olup olmadığını cevabıma yazıyorum.
- ☐ 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 kurallarını ve nedenlerini biliyor; ☐ sorularında 0'dan 9'a bütün rakamları deniyorum.
- ☐ 1'in asal olmadığını, 2'nin tek çift asal olduğunu biliyor; asal çarpan yazılışından bölünebilmeyi okuyorum ($180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$).
- ☐ Ortak bölen mi ortak kat mı gerektiğini kelimeden değil durumdan anlıyor; artan/eksik ve başlangıç anı tuzaklarını biliyorum.
- ☐ Ondalık basamak değerlerini kesirle yazıyor, karşılaştırmadan önce basamakları eşitliyorum.
- ☐ Deneysel olasılığı sadeleştirip ondalıkla yazıyor; deneyleri birleştirirken sayıları topluyor, tahminde "yaklaşık" diyorum.
- ☐ Her cevabımda veri, gerekçe, işlem, sonuç ve birim var.

**Başarılar!**



Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu ve kılavuz 2026-2027