11. SINIF MATEMATİK · 1. DÖNEM 1. YAZILI · 90+ SÜRÜMÜ · VARYASYON A

Noktalardan Köşegenlere: 1. Yazılı Hazırlık Notu

Bu not, 1. yazılının iki ana konusunu baştan sona birlikte dolaşman için hazırlandı: **iki nicel değişkenli veriler** ve **dörtgenler**. Örnekler spor salonundan, okul kütüphanesinden, konser ve turnuvalardan geliyor. Her bölümde kısa bir anlatım, şekiller, "Derinleşelim" kutuları ve **Kolay / Orta / Zor** sırasıyla çözümlü örnekler bulacaksın. Ardından kapsamın tamamını yoklayan **90+ Atölyesi** ve puanlı iki prova geliyor: **Prova 1 – Temel** ve **Prova 2 – 90+ Zorluk**.

Sınav bilgisi ve kapsam

Ortak yazılı sınav takvimine göre matematik yazılısı **5 Kasım 2026** tarihinde ve **40 dakika** sürecek. Tarih ile saati okulundan mutlaka teyit et.

Kazanım	Konu	Soru sayısı
MAT.11.1.1	İki nicel değişkenli veri ile çalışma ve ilişkiye dayalı karar verme	2–3
MAT.11.1.2	Başkalarının iki nicel değişkenli veriye dayalı yorumlarını tartışma	0–2
MAT.11.2.1	Dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özellikleri	3–4

MEB tablosunda 5 farklı senaryo bulunuyor; okulundaki zümre öğretmenleri bunlardan birini seçiyor. Senaryoya göre toplam soru sayısı 6 ile 9 arasında değişir. Hangi senaryonun seçildiğini öğretmenine sorabilirsin; yine de en sağlam yol, tablodaki üç kazanımın hepsine hazırlanmak.

Tam puan için cevap yazma

Yazılı açık uçlu olacak. Öğretmen yalnızca sonuca değil, **kâğıda yazdığın her adıma** puan verir. Sonucu doğru bulup gerekçeyi yazmazsan 90 alacağın kâğıt 70'e iner. Her cevabı teslim etmeden önce şu beş parçayı yokla:

Parça	Öğretmenin baktığı şey
Veri	Grafikten ya da tablodan okuduğun değerleri ve verilenleri açıkça yazdın mı? ("x = 4 saatte y = %45 isabet")
İşlem	Hangi özelliği veya formülü kullandığın görünüyor mu? (iç açılar toplamı, ½ · e · f · sin θ, Pisagor, benzerlik oranı)
Sonuç	Sonuç açık ve sadeleştirilmiş mi? ($21\sqrt{2}$ cm², yaklaşık %50 isabet)
Birim	cm, cm², m, °, TL, saat, puan… Alan sorusunda birimin karesini yazmayı unutma.
Gerekçe	Soruda "yorumla, açıkla, tartış, neden" geçiyorsa veriye dayanan bir cümle (yön + güç + bağlam) ya da dayandığın özelliğin adı.

Mini örnek: "7 basketbolcunun haftalık şut antrenmanı (saat) ve maçlardaki isabet yüzdesi verilmiş: (1, 32), (2, 36), (3, 41), (4, 45), (6, 54), (7, 58), (8, 63). İlişkiyi yorumla ve haftada 5 saat çalışan bir oyuncu için tahmin yap." (10 puan)

Zayıf cevap (3/10)
Pozitif. Tahmin: %50.

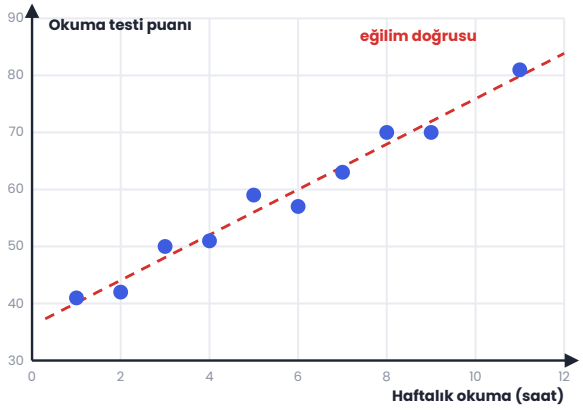
Tam puanlık cevap (10/10)
Antrenman süresi arttıkça isabet de artıyor ve noktalar neredeyse bir doğru üzerinde ⇒ **güçlü pozitif doğrusal** ilişki. 5 saat veri aralığının (1–8 saat) içinde; 4 saatte %45, 6 saatte %54 var. Eğilim doğrusu bu iki değerin arasından geçer ⇒ tahmin **yaklaşık %49–50**. Bu bir tahmindir; ilişki tek başına antrenmanın isabeti artırdığını kanıtlamaz.

Zayıf cevapta ilişkinin gücü (güçlü/zayıf), biçimi (doğrusal), aralık kontrolü ve tahminin dayanağı yok. Dörtgen sorularında da durum aynı: "Alan = 60" yazıp geçme; hangi özelliği kullandığını bir satırla göster.

1. İki Nicel Değişkenli Veriler

MAT.11.1.1 · Serpme grafiği, ilişkinin yönü ve gücü, eğilim doğrusu, uç değer

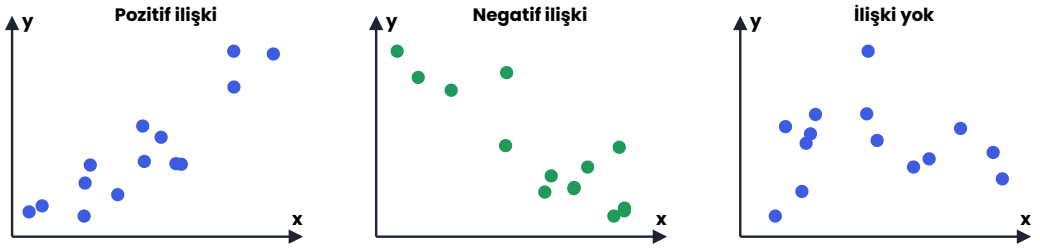
Nicel değişken, sayıyla ölçülen değişkendir: antrenman süresi, koşu süresi, okunan sayfa, sınav puanı, nabız. Aynı kişiden iki nicel değişken ölçtüğünde her kişi bir **(x, y) sıralı ikilisi** olur. Bu ikilileri koordinat düzleminde birer nokta olarak gösteren grafiğe **serpme (saçılım) grafiği** denir. Şekil 1'de 10 öğrencinin okul kütüphanesinde haftada kaç saat kitap okuduğu ve okuduğunu anlama testinden aldığı puan var.



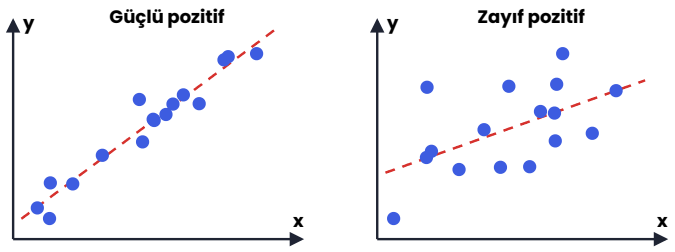
Şekil 1. 10 öğrencinin haftalık okuma süresi ve test puanı. Noktalar sol alttan sağ üste dizilmiş: güçlü pozitif ilişki.

Bir serpme grafiğine bakınca kendine üç soru sor:

Soru	Neye bakarsın?
Yön	x büyürken y genel olarak büyüyor mu (pozitif), küçülüyor mu (negatif), yoksa belirgin bir yön yok mu?
Biçim	Noktalar bir doğrunun çevresinde mi toplanmış (doğrusal), bir eğri mi izliyor, yoksa dağınık mı?
Güç	Noktalar o doğruya ne kadar yakın? Yakınsa güçlü, dağınıksa zayıf ilişki.



Şekil 2. İki değişken birlikte artıyorsa pozitif, biri artarken diğeri azalıyorsa negatif ilişki vardır; belirgin bir yön yoksa ilişki yoktur.



Şekil 3. İki grafikte de yön aynı (pozitif); fark güçte. Noktalar doğruya ne kadar sıkı toplanırsa ilişki o kadar güçlüdür.

Bilgi: İlişkinin gücü bazı kaynaklarda **r** (ilişki/korelasyon katsayısı) ile verilir ve -1 ile 1 arasında bir sayıdır. 1'e yakın r güçlü pozitif, -1'e yakın r güçlü negatif, 0'a yakın r ise doğrusal ilişkinin olmadığını gösterir. Yazılıda çoğunlukla grafiğe bakıp yön ve güç yorumu yapman beklenir.

Eğilim doğrusu ve tahmin

Noktaların genel gidişini özetleyen doğruya **eğilim doğrusu** denir. Bu doğruyla, **veri aralığının içinde kalan** bir x için y'yi tahmin edebilirsin. Şekil 1'deki doğru yaklaşık y = 4x + 36'dır; buna göre haftada 10 saat okuyan bir öğrencinin puanı yaklaşık 4 · 10 + 36 = **76** olarak beklenir.

Derinleşelim: Eğim mi, güç mü, r mi?

- **Eğim** "x 1 birim artınca y ortalama ne kadar değişiyor?" sorusunun cevabıdır. **Güç** ise noktaların doğruya ne kadar sıkı dizildiğidir. Dik bir doğru etrafında dağınık duran noktalar zayıf; yatığa yakın bir doğru üzerinde dizilmiş noktalar güçlü ilişki gösterebilir.
- **Gücü işaret değil büyüklük belirler.** r = -0,8 olan ilişki r = 0,6 olandan daha güçlüdür, çünkü |-0,8| = 0,8 > 0,6.
- **Birim değiştirmek gücü değiştirmez.** Koşu süresini saniye yerine dakikayla yazmak yalnızca ölçeği değiştirir; noktaların doğruya yakınlığı ve r aynı kalır. x ile y'nin yer değiştirmesi de r'yi değiştirmez.
- **r yalnızca doğrusal ilişkiyi ölçer.** Noktalar bir tepe ya da çukur biçiminde düzgün bir eğri çiziyorsa ilişki çok güçlü olduğu hâlde r 0'a yakın çıkabilir (Örnek 3 ve 90+ Atölyesi, Problem 3).
- **İki tür tahmin vardır:** x veri aralığının içindeyse **ara değer kestirimi** (güvenilir), dışındaysa **dışa değer kestirimi** (güvenilmez; ilişki aralığın dışında aynı biçimde sürmeyebilir).

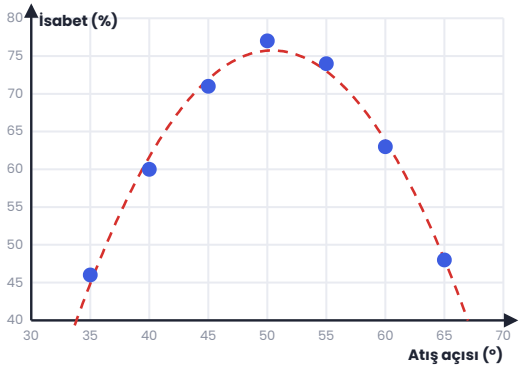
KOLAY **Örnek 1. Şekil 1'deki veriye göre ilişkinin yönünü ve gücünü yorumla. Eğilim doğrusunu kullanarak haftada 25 saat okuyan bir öğrencinin puanını tahmin etmek doğru olur mu?**

Noktalar sol alttan sağ üste doğru ilerliyor ve bir doğruya çok yakın ⇒ **güçlü pozitif doğrusal ilişki**. Okuma süresi arttıkça test puanı da artma eğiliminde.
25 saat, verideki en büyük değerin (11 saat) çok dışında; bu bir **dışa değer kestirimi** olur ve güvenilmez. Üstelik doğru 4 · 25 + 36 = 136 puan veriyor; test 100 üzerinden olduğu için bu sonuç imkânsız. İlişki aralığın dışında aynı biçimde süremez.

ORTA **Örnek 2. Bir atletizm antrenörü, haftalık antrenmanı 2 ile 10 saat arasında olan 25 sporcunun verisinden 400 m koşu süresi için y = 95 − 2,5x eğilim doğrusunu buldu (x: haftalık antrenman, saat; y: koşu süresi, saniye). a) İlişkinin yönü nedir? b) Eğimi bağlamda yorumla. c) Haftada 6 saat çalışan bir sporcu için tahmin yap. d) Aynı doğruyla 40 saat için tahmin yapmak neden anlamsızdır?**

a) Eğim negatif (−2,5) ⇒ **negatif ilişki**: antrenman süresi arttıkça koşu süresi kısalıyor.
b) Haftalık antrenman 1 saat artınca 400 m süresi **ortalama 2,5 saniye** azalıyor. ("Her sporcu kesin 2,5 saniye hızlanır" demek yanlıştır; eğim ortalama değişimi verir.)
c) 6 saat veri aralığında (2–10 saat): y = 95 − 2,5 · 6 = **80 saniye** (yaklaşık).
d) 40 saat veri aralığının çok dışında. Doğru y = 95 − 100 = −5 saniye veriyor; süre negatif olamaz. Bu sonuç dışa değer kestiriminin neden güvenilmez olduğunu açıkça gösteriyor.

ZOR **Örnek 3. Bir basketbol antrenörü, bir oyuncunun serbest atışlarında topu farklı çıkış açılarıyla attırıp isabet yüzdesini kaydetti (Şekil 4). Veriden r ≈ 0,09 çıkınca oyuncu: "İlişki yok denecek kadar zayıf; atış açısı isabeti etkilemiyor." diyor. a) Bu yorumu değerlendir. b) Veriye göre en uygun açı aralığı nedir? c) Bu veriyi tek bir eğilim doğrusuyla özetlemek neden yanıltıcıdır?**

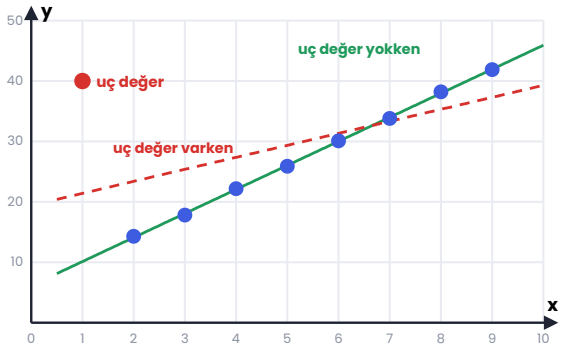


Şekil 4. Atış açısı ile isabet arasında güçlü ama tepe biçimli bir ilişki var. Doğrusal ilişki katsayısı r ≈ 0,09; yani "doğrusal ilişki yok" denebilir, "ilişki yok" denemez.

a) Yorum hatalı. r yalnızca **doğrusal** ilişkinin gücünü ölçer. Noktalar düzgün bir tepe (ters U) biçimi çiziyor ve dağınık değil; yani açı ile isabet arasında **güçlü ama doğrusal olmayan** bir ilişki var. Doğru ifade: "Doğrusal ilişki yok denecek kadar zayıf; ama ilişki güçlü ve eğri biçimli."
b) İsabet 35°'den 50°'ye kadar artıyor (%46 → %77), sonra azalıyor. En yüksek değer 50°'de (%77), 55°'de %74 ⇒ en uygun aralık **yaklaşık 50°–55°**.
c) Tek bir doğru, önce artan sonra azalan bir davranışı gösteremez; neredeyse yatay çıkar ve örneğin 50°'deki isabeti olduğundan çok düşük, 35°'dekini olduğundan yüksek tahmin eder. Veriyi iki parçada yorumlamak (50°'ye kadar pozitif, sonrasında negatif ilişki) daha doğrudur.

Uç değer

Genel örüntüden belirgin biçimde kopan noktaya **uç (aykırı) değer** denir. Bir ölçüm ya da kayıt hatası olabileceği gibi gerçekten farklı bir durumu da gösterebilir. Tek bir uç değer bile eğilim doğrusunun eğimini ve ilişkinin görünen gücünü ciddi biçimde değiştirebilir.



Şekil 5. Soldaki tek uç değer eğilim doğrusunu kendine doğru çeker: eğim yaklaşık yarıya iner ve ilişki olduğundan zayıf görünür.

ZOR **Örnek 4. Şekil 5'teki 8 mavi nokta $y \approx 4x + 6$ doğrusu çevresinde ve bu noktalar için $r \approx 1{,}00$. (1, 40) noktası eklenince $r \approx 0{,}55$'e düşüyor, eğilim doğrusunun eğimi de yaklaşık 4'ten 2'ye iniyor. a) $x = 1$ için doğrunun beklediği değer nedir; uç değer ondan ne kadar uzak? b) Tek bir nokta eğimi ve r'yi neden bu kadar değiştirir? c) Bir öğrenci "Bu nokta sonucu bozuyor, silelim." diyor. Uç değer ne zaman silinebilir, ne zaman silinemez?**

a) Beklenen değer $4 \cdot 1 + 6 = 10$; gözlenen 40 ⇒ nokta doğrunun **30 birim üstünde**.
b) Uç değer x ekseninin sol ucunda ve çok yukarıda. Eğilim doğrusu bütün noktalara olan uzaklıkları küçük tutmaya çalıştığı için sol ucunu yukarı kaldırır, doğru yatıklaşır (eğim 4 → 2). Diğer 8 nokta bu yeni doğrudan uzaklaşır, noktaların doğruya ortalama uzaklığı büyür ⇒ ilişki olduğundan zayıf görünür.
c) Önce uç değerin **nedeni araştırılır**. Kayıt ya da ölçüm hatasıysa (yanlış yazılmış sayı, bozuk cihaz) veriden çıkarılabilir ve bu durum raporda belirtilir. Değer gerçekse sırf sonucu güzelleştirmek için silinmez; uç değerli ve uç değersiz iki yorum birlikte verilir. "Sonucu bozuyor" tek başına bir gerekçe değildir.

Taktik: Eğilim doğrusunu elle çizerken noktaların yaklaşık yarısı doğrunun üstünde, yarısı altında kalsın; doğru, nokta bulutunun tam ortasından geçsin. Tahmin sorusunda önce x'in veri aralığında olup olmadığına bak, sonra y'yi doğrudan oku. Yorum cümlende üç kelime hep bulunsun: **yön + güç + biçim**.

Sık yapılan hata

- **Noktaları sırayla çizgiyle birleştirmek.** Serpme grafiğinde noktalar birleştirilmez; eğilim doğrusu noktaların arasından geçer.
- **"Güçlü ilişki" ile "dik doğru"yu aynı sanmak.** Güç, noktaların doğruya yakınlığıdır; eğimin büyüklüğü değildir.
- **Uç değeri görmeden yorum yapmak.** Önce grafiği tara, örüntüden kopan noktayı işaretle.

Tuzak

- **$r \approx 0$ ⇒ "ilişki yok" demek.** Doğrusu "doğrusal ilişki yok"tur. Grafiğe bak: noktalar bir eğri üzerinde olabilir.
- **Negatif ilişkiyi zayıf sanmak.** $r = -0{,}93$ çok güçlü bir ilişkidir; eksi işareti yalnızca yönü söyler.
- **Eğimi kesin değişim gibi okumak.** "1 saat fazla çalışırsa koşusu kesin 2,5 saniye kısalır" değil, "ortalama yaklaşık 2,5 saniye kısalma eğiliminde" yazmalısın.

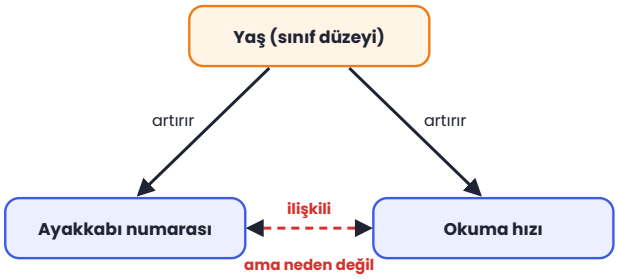
2. Başkalarının Yorumlarını Tartışmak

MAT.11.1.2 · İlişki mi, neden mi? Yanıltıcı grafik, örneklem

Spor yorumlarında, reklamlarda, sosyal medyada sık sık "X arttıkça Y de artıyor, öyleyse X, Y'ye yol açıyor" diye özetlenebilecek iddialar görürsün. Yazılıda senden beklenen, böyle bir yorumun doğru ve hatalı yanlarını **veriye dayanarak ve gerekçesiyle** tartışman.

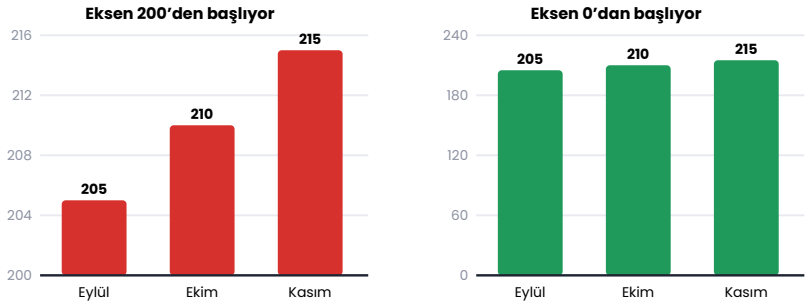
İlişki, neden-sonuç demek değildir

İki değişkenin birlikte değişmesi, birinin diğerine yol açtığını göstermez. Çoğu zaman ikisini birden etkileyen bir **ortak (üçüncü) değişken** vardır. Örneğin ilkokul öğrencilerinde ayakkabı numarası büyüdükçe okuma hızı da artar; ama büyük ayakkabı kimseyi hızlı okutmaz. İkisinin de arkasında **yaş** vardır.



Şekil 6. Ortak (üçüncü) değişken: Ayakkabı numarası ile okuma hızı birlikte artar; ikisini de artıran yaştır.

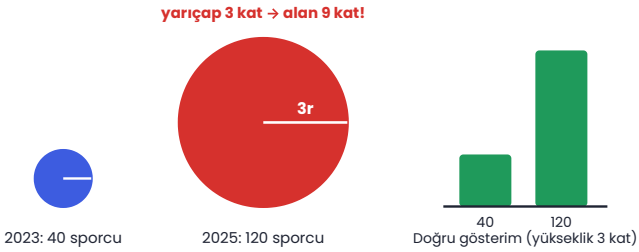
Yanıltıcı grafik



Şekil 7. Aynı veri: okul kütüphanesinden ödünç alınan kitap sayısı (205, 210, 215). Soldaki grafik yaklaşık %5'lik artışı "üç kat büyüme" gibi gösteriyor.

Örneklem

"Anket yaptık, oyuncuların %95'i bu kramponu öneriyor" diyen bir yorum gördüğünde önce sor: **Kaç kişiye ve kimlere soruldu?** 12 kişilik bir grup ya da yalnızca o kramponu satın almış oyunculardan oluşan bir örneklem, bütün futbolcuları temsil etmez.



Şekil 8. Kulübün sporcu sayısı 3 katına çıktı; ama çemberin yarıçapını 3 katına çıkarmak alanı 9 katına çıkarır. Göz alanı algıladığı için artış olduğundan çok büyük görünür.

Derinleşelim: Hatalı yorum türleri

Bir yorumu tartışırken aşağıdaki tabloyu kontrol listesi gibi kullan. Yazılıda hatanın **adını koymak** ve veriden **tek bir cümleyle göstermek** tam puanın anahtarıdır.

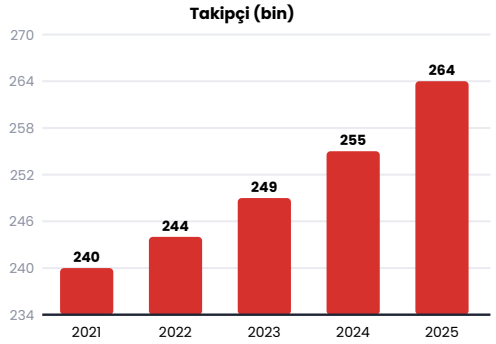
Hata türü	Ne demek?	Nasıl sorgularsın?
İlişki = neden	Birlikte değişmeyi "biri diğerine yol açıyor" diye okumak.	Bir deney mi yapılmış, yoksa yalnızca gözlem mi?
Ortak değişken	İki değişkeni birden etkileyen üçüncü bir değişken (yaş, nüfus, gelir, çalışma alışkanlığı).	"Bu ikisini aynı anda ne artırır?"
Ters yön	Neden ile sonuç yer değiştirmiş olabilir: zaten iyi oynayan çocuk kulübe daha uzun süre devam eder.	"Sonuç, nedeni doğurmuş olabilir mi?"
Örneklem	Çok az kişi ya da özel seçilmiş kişiler (yalnızca gönüllüler, bırakanlar sayılmamış).	Kaç kişi? Kim seçilmiş, kim dışarıda kalmış?
Kesik eksen / ölçek	Eksen 0'dan başlamayınca küçük bir fark büyük görünür.	Eksen nereden başlıyor? Gerçek fark yüzde kaç?
Alan yanılgısı	Resimli grafikte uzunluğu k katına çıkarmak alanı k^2 katına çıkarır (Şekil 8).	Değer mi, alan mı karşılaştırılıyor?
Dışa değer kestirimi	Veri aralığının çok dışı için tahmin yapmak.	Tahmin edilen x veride var mı?

KOLAY **Örnek 5. Bir blog yazısı: "Araştırmaya göre müzik aleti çalan öğrencilerin matematik notları, çalmayanlardan daha yüksek. Demek ki enstrüman öğrenmek matematik notunu yükseltiyor." Bu yorumu tartış.**

Örnek cevap: Veride enstrüman çalmak ile yüksek not arasında bir ilişki görülmüş olabilir; bu kısım kabul edilebilir. Ancak "notu yükseltiyor" demek bir **neden-sonuç** iddiasıdır ve yalnızca ilişkiden çıkarılamaz. Örneğin düzenli çalışma alışkanlığı ya da ailenin kursa ayırabildiği zaman ve imkân hem enstrüman öğrenmeyi hem de derse daha iyi hazırlanmayı etkileyebilir (**ortak değişken**). Ayrıca araştırmanın kaç öğrenciyle ve nasıl yapıldığı bilinmeden genelleme yapılmamalıdır.

ORTA **Örnek 6. Bir e-spor takımı, sosyal medya kanalının takipçi sayısını yandaki grafikle paylaşıp "5 yılda takipçimiz 5 katına çıktı!" diyor. a) Bu izlenim nereden doğuyor? b) Gerçek artış yüzde kaçtır? c) Grafiği nasıl düzeltirsin?**

a) Dikey eksen **234'ten** başlıyor. Çubukların görünen yükseklikleri 240 - 234 = 6 ve 264 - 234 = 30 birim; 30 / 6 = **5** ⇒ göz "5 kat" algılıyor.
b) Gerçek artış 264 - 240 = 24 bin takipçi. Oran: 24 / 240 = 0,10 ⇒ **%10**. Takipçi sayısı 5 katına değil, **1,1 katına** çıkmış.
c) Ekseni 0'dan başlatmak (ya da eksen kesikse bunu bir kırık işaretiyle açıkça göstermek) ve yüzde artışı grafiğin üstüne yazmak.



Örnek 6: paylaşılan grafik (dikey eksen 234 binden başlıyor).

ZOR **Örnek 7. Bir zekâ oyunu uygulamasının reklamı: "Uygulamamızı kullanan 15 öğrenciyi inceledik. Uygulamada ne kadar çok seviye geçmişlerse okul notları da o kadar yüksek (güçlü pozitif ilişki). Uygulamamızla oynamak notlarınızı yükseltir!" Bu yorumu en az üç farklı gerekçeyle tartış ve iddiayı daha güvenilir sınamak için bir yol öner.**

Kabul edilebilir kısım: Bu 15 öğrencide geçilen seviye ile not arasında güçlü pozitif bir ilişki görülmüş olabilir.
1) İlişki ≠ neden: Veri yalnızca gözleme dayanıyor; ilişki, oyunun notu yükselttiğini kanıtlamaz.
2) Ters yön: Problem çözmede zaten iyi olan öğrenciler bulmacaları daha hızlı çözer ve daha çok seviye geçer. Yüksek başarı, çok seviye geçmenin **nedeni** olabilir.
3) Ortak değişken ve örneklem: Düzenli çalışma alışkanlığı, sabır ya da evdeki destek hem oyunda ilerlemeyi hem notları etkileyebilir. Üstelik 15 kişi küçük bir örneklemdir ve yalnızca uygulamayı kullanmaya devam edenler incelenmiş; sıkılıp bırakanlar veride yok.
Öneri: Başlangıç notları benzer, yeterince büyük bir öğrenci grubunu kurayla ikiye ayırmak; bir gruba dönem boyunca uygulamayı düzenli oynatıp diğerine oynatmamak, iki grubun notlarını başta ve dönem sonunda karşılaştırmak.

Taktik: "Yorumu tartış" sorularında beş soruluk kontrol listesi kullan. 1) Örneklem kim, kaç kişi? 2) Eksenler 0'dan mı başlıyor, ölçek eşit mi? 3) Söylenen bir ilişki mi, neden-sonuç mu? 4) Ortak bir değişken olabilir mi? 5) Veri aralığının dışına tahmin yapılmış mı? Cevabına en az ikisini gerekçesiyle yaz; puanı getiren şey gerekçedir.

Sık yapılan hata

Yorumu sadece "yanlış" diye geçmek. Puan, yorumun neden hatalı olduğunu veriyle ve kavramla (ortak değişken, örneklem, eksen) açıklamaktan gelir. Yorumun doğru olan kısmını da belirtirsen cevabın daha güçlü olur.

Tuzak

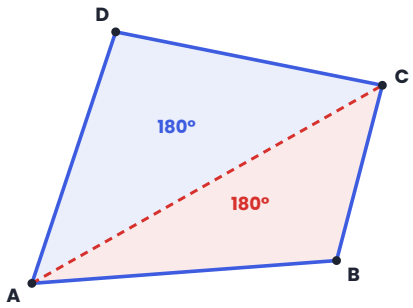
- **Ortak değişkeni yalnızca adıyla yazmak.** "Ortak değişken: yaş" yetmez; yaşın iki değişkeni de nasıl etkilediğini bir cümleyle yaz ("çocuk büyüdükçe hem ayağı büyür hem okuma deneyimi artar").
- **Ham sayılarla ilçe ya da okul karşılaştırmak.** Kalabalık bir ilçede saha, kulüp, sakatlık, her şey daha fazladır. Kişi başına (ör. 10 bin kişide) oranlarla karşılaştırmayı öner.
- **Yüzde ile katı karıştırmak.** 240'tan 264'e çıkış "%10 artış"tır; "10 kat" ya da "5 kat" değil.

3. Dörtgenler

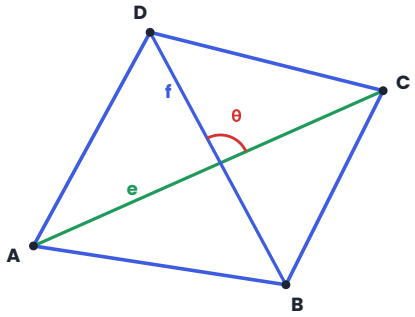
MAT.11.2.1 · Açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özellikleri

Genel dörtgen: Önce üçgenleri gör

Bir dörtgeni köşegenlerinden biriyle kesersen iki üçgen elde edersin. Bu yüzden dörtgen hakkında bildiğin özelliklerin neredeyse hepsi üçgen bilgilerinden türer.



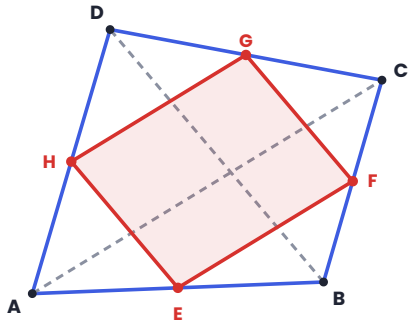
Şekil 9. AC köşegeni dörtgeni iki üçgene ayırır: iç açılar toplamı 180° + 180° = 360°.



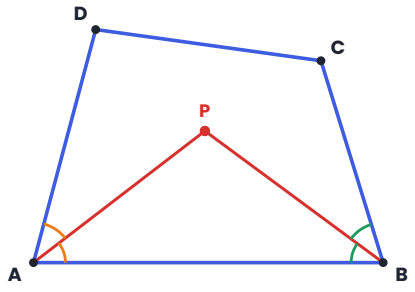
Şekil 10. Köşegenler e ve f, aralarındaki açı θ ise Alan = ½ · e · f · sin θ.

İç açılar toplamı = 360° | Alan = ½ · e · f · sin θ

Köşegenler birbirine **dik** ise sin 90° = 1 olduğundan alan **(e · f) / 2** olur. Bu kural kare, eşkenar dörtgen ve deltoid için de geçerlidir.



Şekil 11. Herhangi bir dörtgenin kenar orta noktaları birleştirilince paralelkenar (EFGH) oluşur. Kenarları köşegenlerin yarısıdır, alanı ABCD'nin yarısıdır.



Şekil 12. A ve B açılarının açıortayları P'de kesişir: m(APB) = [m(C) + m(D)] / 2.

Derinleşelim: Bu formüller nereden çıkıyor?

- **½ · e · f · sin θ:** Köşegenler O'da kesişsin; AC'yi p ve r, BD'yi q ve s uzunluklu parçalara ayırsın. O'nun çevresindeki dört üçgenin alanları ½·p·q·sin θ, ½·q·r·sin(180° − θ), ½·r·s·sin θ ve ½·s·p·sin(180° − θ) olur. sin(180° − θ) = sin θ olduğu için toplam ½ · sin θ · (p + r)(q + s) = **½ · e · f · sin θ**.
- **Kenar orta noktaları (Şekil 11):** ABC üçgeninde AB ve BC'nin orta noktalarını birleştiren EF, AC'ye paralel ve AC'nin yarısıdır (üçgende orta taban). ACD üçgeninde HG için de aynısı geçerli. Karşılıklı kenarlar paralel ve eşit olduğundan **EFGH her dörtgende paralelkenardır**; çevresi e + f, alanı ABCD'nin yarısıdır.
- **İki açıortay (Şekil 12):** APB üçgeninde m(APB) = 180° − (A + B)/2. A + B = 360° − (C + D) yazılırsa m(APB) = **(C + D) / 2** bulunur.

KOLAY **Örnek 8. ABCD dörtgeninin iç açıları m(A) : m(B) : m(C) : m(D) = 2 : 3 : 3 : 4 oranındadır. Açıları bul.**

2k + 3k + 3k + 4k = 360° ⇒ 12k = 360° ⇒ k = 30°. Açılar: m(A) = **60°**, m(B) = **90°**, m(C) = **90°**, m(D) = **120°**. (Ek gözlem: m(B) + m(C) = 180° olduğundan AB // DC; bu dörtgen bir dik yamuktur.)

KOLAY **Örnek 9. Köşegenleri 12 cm ve 7 cm, köşegenleri arasındaki açı 45° olan dörtgenin alanı kaç cm²'dir?**

Alan = ½ · 12 · 7 · sin 45° = 42 · (√2 / 2) = **21√2 cm²** (≈ 29,70 cm²)

ORTA **Örnek 10. ABCD dörtgeninin köşegenleri birbirine diktir ve biri diğerinden 4 cm uzundur. Kenarların orta noktaları E, F, G, H ile oluşturulan EFGH dörtgeninin çevresi 28 cm'dir. ABCD'nin ve EFGH'nin alanlarını bul. EFGH hangi özel dörtgendir?**

EFGH'nin çevresi köşegenlerin toplamına eşittir: e + f = 28 ve e - f = 4 ⇒ e = 16 cm, f = 12 cm.
Köşegenler dik ⇒ A(ABCD) = (16 · 12) / 2 = **96 cm²**. A(EFGH) = 96 / 2 = **48 cm²**.
EFGH'nin kenarları köşegenlere paralel; köşegenler dik olduğundan komşu kenarlar da dik ⇒ EFGH bir **dikdörtgendir** (8 cm × 6 cm). Kontrol: 8 · 6 = 48 ✓

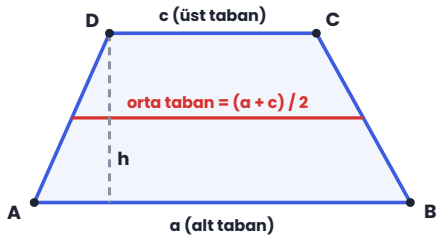
ZOR **Örnek 11. ABCD dörtgeninde A ve B açılarının açıortayları P noktasında kesişiyor ve m(APB) = 105°'dir. m(C) - m(D) = 30° ise m(C) ve m(D) kaç derecedir? A ve B açılarının ölçüleri bu bilgilerle bulunabilir mi? Açıkla.**

APB üçgeninde m(PAB) + m(PBA) = 180° - 105° = 75° ⇒ m(A) + m(B) = 150° ⇒ m(C) + m(D) = 360° - 150° = 210°. (Kısa yol: m(APB) = (C + D) / 2 ⇒ C + D = 210°.)
C + D = 210° ve C - D = 30° ⇒ m(C) = **120°**, m(D) = **90°**.
A ve B tek tek bulunamaz: verilenler yalnızca A + B = 150° toplamını belirler. A = 80°, B = 70° de olsa A = 100°, B = 50° de olsa m(APB) yine 105° çıkar.

Yamuk

En az bir çift karşılıklı kenarı paralel olan dörtgendir. Paralel kenarlara **taban**, tabanlar arasındaki uzaklığa **yükseklik (h)** denir. Aynı yan kenar üzerindeki iki iç açı **bütünlerdir**: toplamları 180°.

Orta taban = (a + c) / 2
Alan = (a + c) / 2 · h



Şekil 13. Orta taban, yan kenarların orta noktalarını birleştirir ve tabanlara paraleldir.

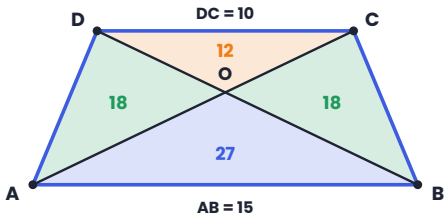
İkizkenar yamuk: yan kenarlar eşit, taban açıları eşit, köşegenler eşit; 1 simetri ekseni var. **Dik yamuk:** yan kenarlardan biri tabanlara dik; bu kenar aynı zamanda yüksekliktir.

KOLAY **Örnek 12. Alanı 84 cm², yüksekliği 7 cm olan bir yamuğun tabanlarından biri 15 cm'dir. Orta tabanı ve diğer tabanı bul.**

Alan = orta taban · h ⇒ 84 = orta taban · 7 ⇒ orta taban = **12 cm**. (15 + c) / 2 = 12 ⇒ c = **9 cm**.

Yamukta köşegenler ve benzerlik

Yamuğun köşegenleri O'da kesişirse tabanlara bakan üçgenler (AOB ve COD) **benzerdir** ve benzerlik oranı tabanların oranıdır. Alanlarının oranı bu oranın **karesidir**. Yan kenarlara bakan iki üçgenin (AOD ve BOC) alanları ise **eşittir**.



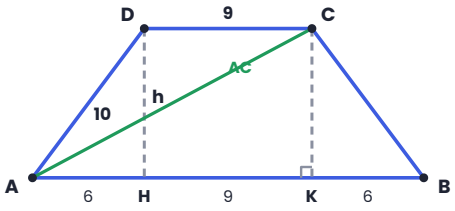
Şekil 14. AOB ~ COD (oran 15 : 10 = 3 : 2). Alan oranı 9 : 4; yan üçgenlerin alanları eşit.

ORTA **Örnek 13. ABCD yamuğunda AB // DC, AB = 15 cm, DC = 10 cm'dir. Köşegenler O'da kesişiyor ve A(AOD) = 18 cm²'dir. AOB ve COD üçgenlerinin alanlarını ve yamuğun alanını bul.**

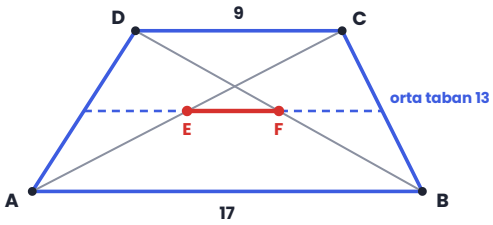
AOB ~ COD, oran 15 / 10 = 3 / 2 ⇒ OB : OD = 3 : 2.
AOB ile AOD'nin yüksekliği ortaktır (A'dan BD'ye), tabanları OB ve OD ⇒ A(AOB) = 18 · 3/2 = **27 cm²**.
A(BOC) = A(AOD) = 18; BOC ile COD'nin tabanları OB ve OD ⇒ A(COD) = 18 · 2/3 = **12 cm²**. (Kontrol: 27 · 12 = 324 = 18² ✓)
Toplam: 27 + 12 + 18 + 18 = **75 cm²**. (Kontrol: h = 75 / 12,5 = 6 cm ve (15 + 10)/2 · 6 = 75 ✓)

Derinleşelim: Yamuğun iki gizli bilgisi

- **Yan üçgenler neden eş alanlı?** ABD ve ABC üçgenlerinin tabanı ortak (AB) ve yükseklikleri aynı (h) ⇒ alanları eşit. İkisinden de ortak parça AOB çıkarılınca A(AOD) = A(BOC) kalır.
- **Köşegenlerin orta noktaları (Şekil 16):** E ve F, AC ile BD'nin orta noktaları olsun. E ve F orta taban üzerindedir ve **EF = (a - c) / 2**. Neden: Orta taban üzerinde ABC üçgeninin orta tabanı a/2, ACD üçgeninin orta tabanı c/2 uzunluğundadır; farkları EF'yi verir.
- **İkizkenar yamukta yükseklik indirmek (Şekil 15):** D ve C'den inilen dikmeler alt tabanı (a - c)/2, c, (a - c)/2 parçalarına ayırır. Ortaya Pisagor için hazır dik üçgenler çıkar.



Şekil 15. İkizkenar yamukta iki yükseklik indirince alt taban 6 + 9 + 6 olarak bölünür. AC köşegeni, AKC dik üçgeninin hipotenüsüdür.



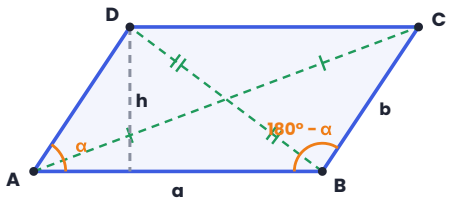
Şekil 16. Köşegenlerin orta noktalarını birleştiren EF orta taban üzerindedir: EF = (17 - 9)/2 = 4. Orta taban (17 + 9)/2 = 13.

ORTA **Örnek 14. ABCD ikizkenar yamuğunda AB // DC, AB = 21 cm, DC = 9 cm ve yan kenarlar 10 cm'dir. Yüksekliği, alanı ve AC köşegeninin uzunluğunu bul.**

Dikmeler alt tabanı 6 + 9 + 6 olarak böler (Şekil 15). AHD dik üçgeni: h² = 10² - 6² = 64 ⇒ h = **8 cm**.
Alan = (21 + 9) / 2 · 8 = **120 cm²**.
AKC dik üçgeni: AK = 6 + 9 = 15, KC = 8 ⇒ AC = √(15² + 8²) = √289 = **17 cm**.

ORTA **Örnek 15. ABCD yamuğunda AB // DC'dir. Köşegenlerin orta noktaları arasındaki uzaklık 4 cm, orta taban 13 cm'dir. Tabanların uzunluklarını bul.**

$(a + c) / 2 = 13 \Rightarrow a + c = 26$; $(a - c) / 2 = 4 \Rightarrow a - c = 8 \Rightarrow a =$ **17 cm**, $c =$ **9 cm**. (Kontrol: orta taban = 4,5 + 4 + 4,5 = 13; uçlardaki parçalar $c/2 = 4{,}5$ cm ✓)



Şekil 17. Paralelkenar: köşegenler birbirini ortalar (aynı işaretli parçalar eşit). Alan = $a \cdot h = a \cdot b \cdot \sin\alpha$.

Paralelkenar

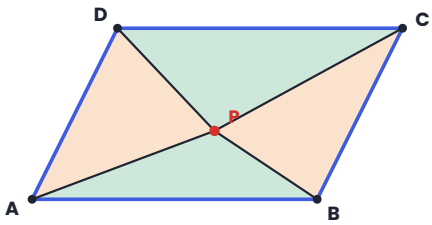
- Karşılıklı kenarlar paralel ve eşit, karşılıklı açılar eşit.
- Ardışık iki açının toplamı 180°.
- Köşegenler birbirini ortalar; ama genel olarak eşit değildir ve dik kesişmez.
- Her köşegen paralelkenarı iki eş üçgene ayırır; iki köşegen birlikte 4 eş alanlı üçgen oluşturur.

KOLAY **Örnek 16. Kenarları 12 cm ve 10 cm, bu kenarlar arasındaki açı 150° olan paralelkenarın alanını ve iki yüksekliğini bul.**

Alan $= a \cdot b \cdot \sin\alpha = 12 \cdot 10 \cdot \sin 150° = 120 \cdot ½ =$ **60 cm²**.
12 cm'lik kenara ait yükseklik: $60 / 12 =$ **5 cm**; 10 cm'lik kenara ait yükseklik: $60 / 10 =$ **6 cm**.

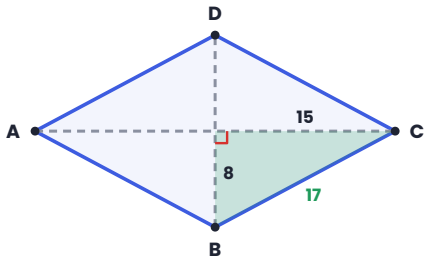
ZOR **Örnek 17. ABCD paralelkenarının içindeki bir P noktası için A(PAB) = 18 cm², A(PCD) = 30 cm² ve A(PBC) = 2 · A(PDA)'dır. Paralelkenarın alanını, A(PBC) ve A(PDA)'yı bul. Kullandığın özelliği kanıtla.**

Özellik: AB ile DC arasındaki uzaklık h olsun. P'nin AB'ye uzaklığı h_1, DC'ye uzaklığı h_2 ise $h_1 + h_2 = h$. O hâlde $A(PAB) + A(PCD) = ½ \cdot AB \cdot h_1 + ½ \cdot AB \cdot h_2 = ½ \cdot AB \cdot h =$ **paralelkenarın yarısı**. Aynı akıl yürütme PBC ve PDA için de geçerli.
$A(ABCD) = 2 \cdot (18 + 30) =$ **96 cm²**. $A(PBC) + A(PDA) = 48$ ve $A(PBC) = 2 \cdot A(PDA) \Rightarrow A(PDA) =$ **16 cm²**, $A(PBC) =$ **32 cm²**. (Kontrol: 18 + 32 + 30 + 16 = 96 ✓)

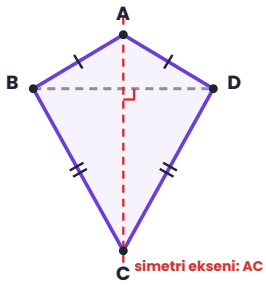


Şekil 18. Paralelkenarın içindeki her P için yeşil iki üçgenin alanları toplamı = turuncu iki üçgenin alanları toplamı = paralelkenarın yarısı.

Eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, deltoid



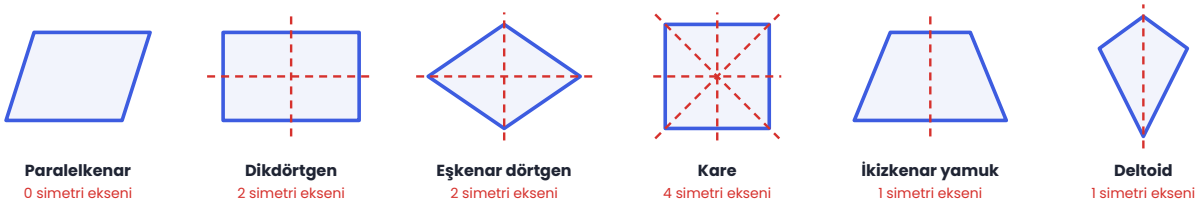
Şekil 19. Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik ortalar: yarı köşegenlerle 8-15-17 dik üçgeni oluşur.



Şekil 20. Deltoid: iki çift komşu kenar eşit, köşegenler dik. Alan = (e · f) / 2.

ORTA **Örnek 18. Çevresi 68 cm olan bir eşkenar dörtgenin köşegenlerinden biri 16 cm'dir. Diğer köşegeni, alanını ve yüksekliğini bul.**

Kenar = 68 / 4 = 17 cm. Köşegenler birbirini dik ortaladığı için yarı köşegen 8 cm; diğer yarı köşegen $\sqrt{(17^2 - 8^2)} = \sqrt{225} = 15$ cm ⇒ diğer köşegen = **30 cm**.
Alan = (16 · 30) / 2 = **240 cm²**. Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğundan Alan = kenar · yükseklik: 240 = 17 · h ⇒ h = **240/17 cm** (≈ 14,12 cm).



Şekil 21. Özel dörtgenlerin simetri eksenleri (kırmızı kesikli). Paralelkenarın simetri ekseni yoktur.

Dörtgen	Kenarlar	Köşegenler	Alan
Paralelkenar	Karşılıklı kenarlar eşit ve paralel	Birbirini ortalar	a · h veya a · b · sin α
Dikdörtgen	Karşılıklı eşit, tüm açılar 90°	Eşit, birbirini ortalar	a · b
Eşkenar dörtgen	Dört kenar eşit	Dik, birbirini ortalar, açıortay	(e · f) / 2 veya a · h
Kare	Dört kenar eşit, açılar 90°	Eşit, dik, birbirini ortalar	a^2 veya e^2 / 2
Deltoid	İki çift komşu kenar eşit	Dik; biri diğerini ortalar	(e · f) / 2
Yamuk	En az bir çift paralel kenar	Genel durumda özel değil	(a + c) / 2 · h

Özel dörtgenlerin aile ağacı: Her kare hem dikdörtgen hem eşkenar dörtgendir; her dikdörtgen ve her eşkenar dörtgen birer paralelkenardır. Tersi doğru değildir: her dikdörtgen kare değildir.

Derinleşelim: Köşegenlerden dörtgeni tanımak

Köşegenler için bilinen	Dörtgen kesin olarak...
Birbirini ortalıyor	Paralelkenar
Birbirini ortalıyor + eşit	Dikdörtgen
Birbirini ortalıyor + dik	Eşkenar dörtgen
Birbirini ortalıyor + eşit + dik	Kare
Yalnızca eşit (ortalama yok)	Hiçbiri kesin değil (ör. ikizkenar yamuk)

"Birbirini ortalıyor" şartı düşünce sonuç çöker: köşegenleri eşit olduğu hâlde dikdörtgen olmayan dörtgenler vardır (90+ Atölyesi, Problem 7). İspat sorularında bu tabloyu "neden" cümlesi olarak kullanabilirsin.

Taktik: Bir dörtgen sorusunda takılırsan üç hamleyi sırayla dene: 1) Bir köşegen çiz ve dörtgeni iki üçgene böl. 2) Köşegenler dikse alanı hemen (e · f) / 2 ile yaz. 3) Yamukta yükseklik indir; çıkan dik üçgende Pisagor ya da trigonometri kullan. Paralel iki doğru gördüğün anda iç ters açıları işaretle; ikizkenar üçgenler çoğu zaman oradan çıkar.

Sık yapılan hata

- **Paralelkenarın köşegenlerini eşit ya da dik sanmak.** Eşitlik dikdörtgene, diklik eşkenar dörtgene özgüdür.
- **Yamuk alanında tabanların toplamını 2'ye bölmeyi unutmak** ya da yüksekliği yan kenarla karıştırmak.
- **Eşkenar dörtgende kenarı köşegenin yarısı sanmak.** Kenar, yarı köşegenlerin oluşturduğu dik üçgenin hipotenüsüdür.

Tuzak

- **Yamuktaki yan üçgenleri benzer sanmak.** AOD ile BOC'nin alanları eşittir ama genel olarak benzer değildirler. Benzer olanlar tabanlara bakan AOB ve COD'dir.
- **Alan oranını uzunluk oranıyla karıştırmak.** Tabanlar 3 : 2 ise AOB ile COD'nin alanları 9 : 4'tür; O'nun yüksekliği ayırdığı parçalar ise 3 : 2'dir.
- **Şekle bakarak özellik varsaymak.** "Dik görünüyor", "eşit duruyor" gerekçe değildir. Kullandığın her özelliğin soruda verildiğini ya da kanıtlandığını göster.

90+ Atölyesi

Kapsamı tarayan 7 zor problem · Önce kendin dene, sonra çözümü oku

Bu problemler yazılıdaki en zorlayıcı soruların dilinde yazıldı: birden çok adım, grafik ya da şekil yorumu ve mutlaka bir "neden?". Her çözümün sonunda **puan kaybettiren nokta** var; 90 ile 100 arasındaki fark çoğu zaman tam orada saklı.

Problem 1. Bir okul kütüphanesi 8 hafta boyunca haftalık açık kalma süresini (x, saat) ve ödünç verilen kitap sayısını (y) kaydetti (Şekil 22). 30 saat açık kalınan hafta barkod sistemi arızalandı ve ödünç işlemlerinin bir kısmı kayda geçmedi. a) Uç değer dışındaki noktalar için ilişkinin yönünü ve gücünü yorumla. b) Eğilim doğrusu y = 4x - 20'nin eğimini bağlamda açıkla. c) 30 saatlik haftanın doğrudan sapmasını hesapla; bu hafta tahmin modeline dahil edilmeli mi? d) 25 saat açık kalınacak bir hafta için tahmin yap. 60 saat için yapılan bir tahmin neden güvenilmez?

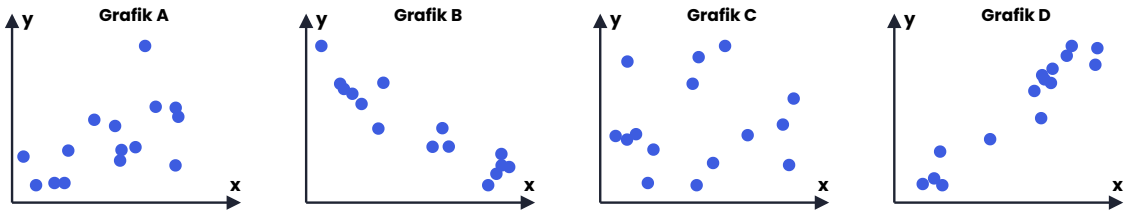


Şekil 22. Kütüphane verisi: eğim 20 / 5 = 4. Açık kalma süresi 1 saat artınca ödünç kitap ortalama 4 artıyor. 30 saatlik hafta (barkod arızası) uç değerdir.

a) Uç değer dışındaki 7 nokta sol alttan sağ üste doğru ve doğruya çok yakın ⇒ **güçlü pozitif doğrusal** ilişki.
b) Kütüphane haftada 1 saat daha uzun açık kalınca ödünç verilen kitap **ortalama 4** artıyor (Şekil 22'de 5 saatlik artışa 20 kitap).
c) Doğruya göre beklenen: 4 · 30 - 20 = 100 kitap; gözlenen 45 ⇒ **55 kitap aşağıda**. Sapmanın nedeni açık kalma süresi değil, kayıt sisteminin arızası (bilinen, x dışı bir neden). Bu yüzden "açık kalma süresine göre ödünç" modelinden **çıkarılmalı**, ama raporda ayrıca belirtilmeli.
d) 25 saat veri aralığında (20–34 saat): 4 · 25 - 20 = **80 kitap** (yaklaşık). 60 saat aralığın çok dışında: doğru 220 veriyor, ama öğrencilerin kütüphanede geçirebileceği zaman ve raftaki kitap sayısı sınırlı; ilişki aynı biçimde sürmeyebilir (dışa değer kestirimi).

Puan kaybettiren nokta: c şıkkında "uç değer, silinir" deyip nedenini (x dışı bir etken: arıza) yazmamak; sapmayı hesaplamadan "çok uzak" demek.

Problem 2. Aşağıdaki dört serpme grafiğinin r değerleri karışık olarak verilmiştir: 0,96; -0,93; 0,58; 0,05. a) Her grafiği bir r değeriyle eşleştir ve gerekçe yaz. b) Bir öğrenci "r = 0,58 olan grafikte noktaların %58'i eğilim doğrusunun üzerindedir." diyor. Değerlendir.

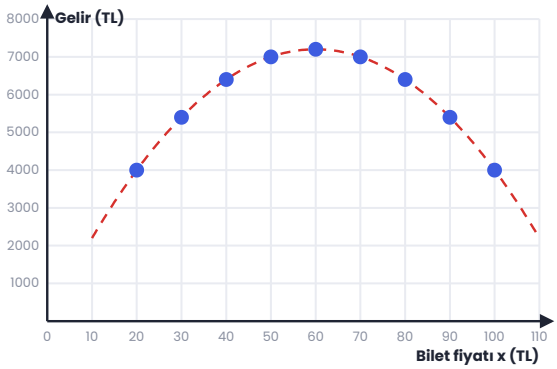


90+ Atölyesi, Problem 2 grafikleri.

a) **D: 0,96** (noktalar yükselen bir doğruya çok sıkı dizilmiş). **B: -0,93** (inen bir doğruya çok yakın). **A: 0,58** (genel eğilim yukarı ama noktalar belirgin biçimde dağınık ⇒ orta güçte pozitif). **C: 0,05** (belirgin bir yön yok ⇒ doğrusal ilişki yok denecek kadar zayıf).
b) Yorum hatalı. r bir yüzde ya da "doğru üzerindeki nokta oranı" değildir; -1 ile 1 arasında, noktaların bir doğru çevresinde ne kadar sıkı toplandığını özetleyen bir sayıdır. r = 0,58 olan grafikte doğrunun tam üzerinde belki hiç nokta yoktur. Doğru ifade: "orta güçte pozitif doğrusal ilişki".

Puan kaybettiren nokta: A ile C'yi "ikisi de dağınık" deyip ayırmamak: A'da belirgin bir yukarı eğilim var, C'de yok. Gerekçesiz eşleştirme puanın yarısını götürür.

Problem 3. Okul müzik kulübü konseri için bir hesaplama yapıyor: Bilet fiyatı x TL olursa (240 − 2x) bilet satılacağı tahmin ediliyor. x = 20, 30, ..., 100 TL için toplam gelir hesaplanıp grafiğe dökülüyor ve bu 9 nokta için r = 0 bulunuyor. a) Gelir tablosunu yaz ve "r = 0 olduğuna göre bilet fiyatı ile gelir arasında ilişki yoktur" yorumunu değerlendir. b) Gelirin en büyük olduğu fiyatı cebirle gerekçelendir. c) 45 TL ile 75 TL neden aynı geliri verir?



90+ Atölyesi, Problem 3: bilet fiyatı ve toplam gelir.

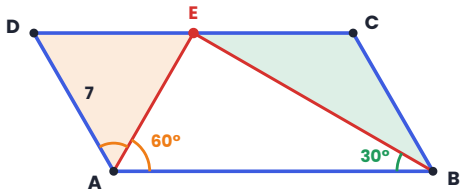
a) Gelir $y = x(240 - 2x)$: 4 000, 5 400, 6 400, 7 000, 7 200, 7 000, 6 400, 5 400, 4 000 TL. Değerler $x = 60$'a göre simetrik; artış ve azalış birbirini götürdüğü için doğrusal ilişki katsayısı $r = 0$. Ama y, x'ten **tam olarak** hesaplanıyor: ilişki kusursuz, yalnızca doğrusal değil (ters U). Yorum hatalı; doğrusu "**doğrusal ilişki yok**".

b) $y = 240x - 2x^2 = 7\,200 - 2(x - 60)^2$. $(x - 60)^2 \geq 0$ olduğundan gelir en çok **7 200 TL** olur; bu da **x = 60 TL**'de (120 bilet) gerçekleşir.

c) $45 = 60 - 15$ ve $75 = 60 + 15$; iki fiyat da 60'tan aynı uzaklıkta, yani $(x - 60)^2$ ikisinde de 225 $\Rightarrow$ $y = 7\,200 - 450 =$ **6 750 TL**. Doğrudan kontrol: $45 \cdot 150 = 6\,750$ ve $75 \cdot 90 = 6\,750$ ✓

Puan kaybettiren nokta: r = 0 görünce grafiğe bakmadan "ilişki yok" yazmak; b şıkkında tablodan 7 200'ü okuyup bunun gerçekten en büyük değer olduğunu cebirle göstermemek.

Problem 4. ABCD paralelkenarında AD = 7 cm ve m(A) = 120°'dir. A ve B açılarının açıortayları DC kenarı üzerindeki aynı E noktasında kesişiyor. a) DE, EC ve DC'yi bul; kullandığın ikizkenar üçgenleri gerekçelendir. b) m(AEB)'nin 90° olduğunu göster. c) Paralelkenarın alanını, AE ve BE uzunluklarını bul; AEB üçgeninin alanını iki yoldan hesapla.



90+ Atölyesi, Problem 4: iki açıortay DC üzerinde kesişiyor.

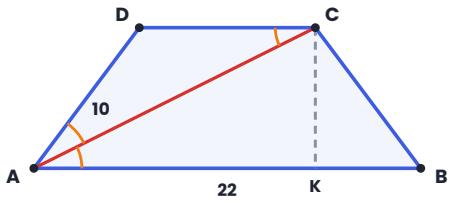
a) AE açıortay $\Rightarrow$ $m(DAE) = m(EAB) = 60°$. DC // AB $\Rightarrow$ $m(DEA) = m(EAB) = 60°$ (iç ters açılar) $\Rightarrow$ ADE'de iki açı eşit, $DE = AD =$ **7 cm**. Benzer şekilde $m(B) = 60°$, BE açıortay $\Rightarrow$ $m(EBA) = m(CBE) = 30°$ ve $m(CEB) = m(EBA) = 30° \Rightarrow EC = BC = AD =$ **7 cm**. $DC =$ **14 cm**.

b) $m(EAB) + m(EBA) = (A + B)/2 = 180°/2 = 90° \Rightarrow$ AEB üçgeninde $m(AEB) = 180° - 90° =$ **90°**.

c) Alan $= AB \cdot AD \cdot \sin 120° = 14 \cdot 7 \cdot \sqrt{3}/2 =$ **$49\sqrt{3}$ cm²** ($\approx 84{,}87$). ADE'nin üç açısı da 60° $\Rightarrow$ eşkenar, $AE =$ **7 cm**. BCE'de $BC = CE = 7$, $m(C) = 120° \Rightarrow BE^2 = 49 + 49 - 2 \cdot 49 \cdot \cos 120° = 147 \Rightarrow BE =$ **$7\sqrt{3}$ cm**. 1. yol: $A(AEB) = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7\sqrt{3} = 49\sqrt{3}/2$ cm². 2. yol: AEB'nin tabanı AB, yüksekliği paralelkenarın yüksekliği $\Rightarrow$ alanı paralelkenarın yarısı $= 49\sqrt{3}/2$ cm² ✓ (Pisagor kontrolü: $7^2 + (7\sqrt{3})^2 = 196 = 14^2$ ✓)

Puan kaybettiren nokta: DE = AD eşitliğini "şekilde öyle görünüyor" diye yazmak. Gerekçe her zaman "DC // AB $\Rightarrow$ iç ters açılar eşit $\Rightarrow$ ikizkenar üçgen" zinciridir.

Problem 5. ABCD ikizkenar yamuğunda AB // DC, AB = 22 cm, AD = BC = 10 cm'dir ve AC köşegeni A açısının açıortayıdır. a) DC'nin neden 10 cm olduğunu gerekçelendir. b) Yamuğun yüksekliğini ve alanını bul. c) AC köşegeninin uzunluğunu bul.

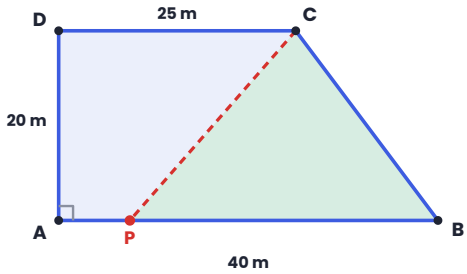


90+ Atölyesi, Problem 5: AC, A açısının açıortayı.

a) AC açıortay ⇒ m(DAC) = m(CAB). DC // AB ⇒ m(DCA) = m(CAB) (iç ters açılar). O hâlde ADC üçgeninde m(DAC) = m(DCA) ⇒ ikizkenar, **DC = AD = 10 cm**.
b) Dikmeler alt tabanı (22 - 10)/2 = 6, 10, 6 parçalarına ayırır. $h^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow h =$ **8 cm**. Alan = (22 + 10)/2 · 8 = **128 cm²**.
c) C'den AB'ye inilen dikmenin ayağı K olsun: AK = 6 + 10 = 16, KC = 8 ⇒ $AC = \sqrt{(16^2 + 8^2)} = \sqrt{320} =$ **$8\sqrt{5}$ cm** (≈ 17,89 cm).

Puan kaybettiren nokta: a şıkkında açıortayı kullanıp paralellikten gelen iç ters açıyı yazmamak; iki adımdan biri eksik kalırsa ikizkenar üçgen gerekçesiz kalır.

Problem 6. Okul bahçesindeki dik yamuk biçimli oyun alanında AB ⊥ AD, AB // DC, AB = 40 m, DC = 25 m ve AD = 20 m'dir. a) BC kenarını ve alanın çevresini bul. Çevreye metresi 30 TL olan renkli sınır şeridi çekilecek; maliyet nedir? b) Oyun alanının alanını bul. c) Alan, C'den AB üzerindeki bir P noktasına çizilen düz bir çizgiyle eşit alanlı iki parçaya (voleybol ve basketbol bölümü) ayrılacak. AP kaç metredir?

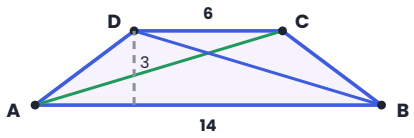


90+ Atölyesi, Problem 6: dik yamuk biçimli oyun alanı (AB ⊥ AD, AB // DC).

a) C'den AB'ye dikme: dik kenarlar 40 - 25 = 15 ve 20 ⇒ $BC = \sqrt{(15^2 + 20^2)} =$ **25 m**. Çevre = 40 + 25 + 25 + 20 = **110 m**; maliyet 110 · 30 = **3 300 TL**.
b) Alan = (40 + 25)/2 · 20 = **650 m²**.
c) Her parça 325 m². PBC üçgeninin tabanı PB, yüksekliği 20 m: ½ · PB · 20 = 325 ⇒ PB = 32,5 m ⇒ AP = 40 - 32,5 = **7,5 m**. 32,5 < 40 olduğundan P gerçekten AB üzerinde. Kontrol: APCD yamuğu (7,5 + 25)/2 · 20 = 325 m² ✓

Puan kaybettiren nokta: c şıkkında PB'yi bulup soruda istenen AP'ye geçmemek, P'nin AB üzerinde kaldığını kontrol etmemek ve birimleri (m, m², TL) atlamak.

Problem 7. Selin: "Köşegenleri eşit uzunlukta olan her dörtgen dikdörtgendir." a) Şekildeki ABCD dörtgeninde AB // DC, AB = 14 cm, DC = 6 cm, AD = BC ve D'nin AB'ye uzaklığı 3 cm'dir. AC ve BD'yi hesaplayarak Selin'in iddiasını değerlendir. b) ABCD hangi özel dörtgendir? Alanını iki yoldan bul. c) İddiayı doğru hâle getirmek için hangi şart eklenmelidir?



90+ Atölyesi, Problem 7: köşegenleri eşit (AC = BD = √109 cm) ama dikdörtgen olmayan bir dörtgen.

a) Simetriden D'nin izdüşümü A'dan (14 - 6)/2 = 4 cm uzakta. AC: yatay 4 + 6 = 10, dikey 3 ⇒ AC = √(10² + 3²) = √109 cm; aynı hesapla BD = √109 cm. Köşegenler eşit ama AB = 14 ≠ DC = 6, yani karşılıklı kenarlar eşit değil ⇒ ABCD paralelkenar bile değil, dolayısıyla **dikdörtgen değil**. Tek bir karşı örnek iddiayı çürütür.
b) Bir çift kenar paralel ve yan kenarlar eşit (AD = BC = √(4² + 3²) = 5 cm) ⇒ **ikizkenar yamuk**. 1. yol: Alan = (14 + 6)/2 · 3 = **30 cm²**. 2. yol: Köşegenler arasındaki açı θ için sin θ = 60/109 bulunur ⇒ ½ · √109 · √109 · 60/109 = 30 cm² ✓
c) "**Köşegenler birbirini ortalıyorsa**" şartı eklenmeli: köşegenleri birbirini ortalayan ve eşit olan dörtgen dikdörtgendir.

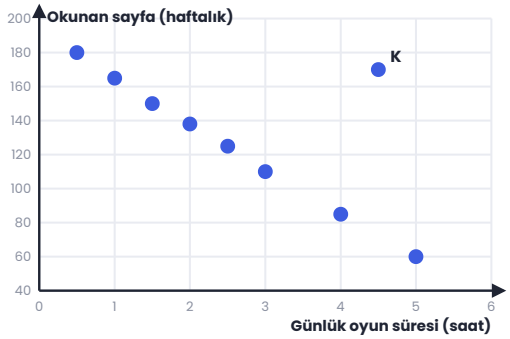
Puan kaybettiren nokta: Karşı örnek kurmak yerine "her zaman olmayabilir" gibi genel bir cümle yazmak. Bir iddiayı çürütmek için somut bir şekil ve hesap gerekir.

Prova 1 – Temel

40 dakika · 6 soru · 100 puan · Cevapları kâğıda gerekçeleriyle yaz

Soru 1 (15 puan). 6 voleybolcunun haftalık servis antrenmanı süresi (saat) ve 20 servisteki isabetli servis sayısı: (1, 6), (2, 8), (4, 11), (5, 12), (6, 15), (8, 18).
a) Veriye göre iki değişken arasındaki ilişkinin yönünü ve gücünü yorumlayınız.
b) Haftada 7 saat çalışan bir oyuncunun isabetli servis sayısını tahmin ediniz ve tahmininizi açıklayınız.

Soru 2 (15 puan). Yandaki serpme grafiğinde 8 öğrencinin günlük bilgisayar oyunu süresi ve haftalık okuduğu sayfa sayısı gösterilmiştir.
a) Oyun süresi ile okunan sayfa arasındaki ilişkinin yönü nedir?
b) Uç değer olan noktayı belirtiniz ve bu noktanın ilişkinin gücüne etkisini açıklayınız.



Soru 2 grafiği: günlük oyun süresi ve haftalık okunan sayfa.

Soru 3 (15 puan). Bir spor sitesi: "Ayakkabısı pahalı olan koşucuların yarış süreleri daha kısa. Öyleyse pahalı bir koşu ayakkabısı alan herkes daha hızlı koşar." Bu yorumu iki farklı gerekçe ile tartışınız.

Soru 4 (15 puan). ABCD dörtgeninde iç açılar m(A) = 2x + 10°, m(B) = 3x - 20°, m(C) = x + 30° ve m(D) = 4x - 10°'dir. x'i ve en küçük açının ölçüsünü bulunuz.

Soru 5 (20 puan). ABCD yamuğunda AB // DC, AB = 20 cm, DC = 12 cm ve yükseklik 8 cm'dir. Köşegenler O noktasında kesişmektedir.
a) Orta taban uzunluğunu bulunuz. b) Yamuğun alanını bulunuz. c) AOB üçgeninin alanını bulunuz.

Soru 6 (20 puan). Çevresi 100 cm olan bir eşkenar dörtgenin köşegenlerinden biri 14 cm'dir. a) Diğer köşegenin uzunluğunu, b) alanını, c) yüksekliğini bulunuz.

Prova 1 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Soru 1. a) Antrenman süresi arttıkça isabetli servis de artıyor, noktalar bir doğruya çok yakın ⇒ güçlü pozitif doğrusal ilişki **(7 p)**. b) 7 saat, 6 ile 8 saat arasında (veri aralığının içinde). 6 saatte 15, 8 saatte 18 isabet var; eğilim doğrusuna göre tahmin yaklaşık 16–17 isabetli servis (15–18 arası gerekçeli tahminler kabul) **(8 p)**.

Soru 2. a) Oyun süresi arttıkça okunan sayfa azalıyor ⇒ negatif ilişki **(5 p)**. b) Uç değer K noktası (4,5 saat; 170 sayfa) **(4 p)**. Diğer 7 nokta neredeyse bir doğru üzerinde; K bu örüntünün çok üstünde kaldığı için eğilim doğrusunu kendine doğru çeker ve ilişkiyi olduğundan zayıf gösterir **(6 p)**.

Soru 3. Her gerekçe: 1) İlişki neden-sonuç değildir; ayakkabı fiyatı ile süre arasında ilişki olması, ayakkabının koşucuyu hızlandırdığını kanıtlamaz **(7,5 p)**. 2) Ortak değişken olabilir: deneyimli ve çok antrenman yapan koşucular hem işine daha çok yatırım yapıp pahalı ayakkabı alır hem de zaten daha hızlı koşar **(7,5 p)**. (Ters yön, örneklemin bilinmemesi de geçerli gerekçedir.)

Soru 4. $(2x + 10) + (3x - 20) + (x + 30) + (4x - 10) = 360 \Rightarrow 10x + 10 = 360 \Rightarrow x = 35$ **(8 p)**. Açılar: 80°, 85°, 65°, 130° ⇒ en küçük açı m(C) = 65° **(7 p)**.

Soru 5. a) $(20 + 12) / 2 = 16$ cm **(5 p)**. b) $16 \cdot 8 = 128$ cm² **(5 p)**. c) AOB ~ COD, oran 20 : 12 = 5 : 3. O, yüksekliği 5 : 3 böler ⇒ O'nun AB'ye uzaklığı $8 \cdot 5/8 = 5$ cm. $A(AOB) = 20 \cdot 5 / 2 = 50$ cm² **(10 p)**. (Kontrol: COD = 18, yan üçgenler 30'ar; 50 + 18 + 30 + 30 = 128.)

Soru 6. a) Kenar = 100 / 4 = 25 cm; yarı köşegen 7 ⇒ diğer yarı köşegen $\sqrt{(25^2 - 7^2)} = 24$ ⇒ diğer köşegen 48 cm **(8 p)**. b) $(14 \cdot 48) / 2 = 336$ cm² **(6 p)**. c) Alan = kenar · yükseklik ⇒ $336 = 25 \cdot h \Rightarrow h = 13{,}44$ cm **(6 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 15 + 20 + 20 = 100 puan.

Prova 2 – 90+ Zorluk

40 dakika · 6 soru · 100 puan · Her adımı ve gerekçeyi yaz

Soru 1 (15 puan). Bir müzik kursunda 8 gitar öğrencisinin haftalık pratik süresi (x, saat) ve dönem sonu performans sınavı puanı (y):

Öğrenci	A	B	C	D	E	F	G	H
x (saat)	2	3	4	4	5	6	7	8
y (puan)	53	56	62	30	66	73	77	82

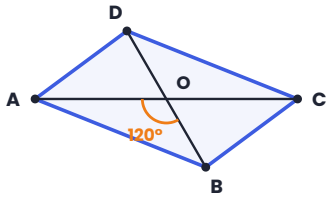
D öğrencisi sınavdan bir gün önce parmağını burkmuştu. D hariç tutularak eğilim doğrusu y = 5x + 42 bulunmuştur.
a) D hariç ilişkinin yönünü ve gücünü yorumlayınız; D'nin neden uç değer olduğunu açıklayınız. b) Eğimi ve 42 sayısını bağlamda yorumlayınız; 42'yi yorumlarken nelere dikkat edilmelidir? c) Haftada 5,5 saat pratik yapan bir öğrencinin puanını tahmin ediniz. d) Bir öğrenci: "Haftada 14 saat çalışırsam 112 alırım." diyor. Bu yorumu tartışınız.

Soru 2 (15 puan). Bir haber: "Basketbol sahası çok olan ilçelerde spor sakatlığı vakası da çok. Basketbol sahaları sakatlıklara yol açıyor!" Habere kaynak olan veri:

İlçe	Nüfus	Basketbol sahası	Yıllık sakatlık vakası
P	80 bin	12	240
R	200 bin	24	640
S	400 bin	40	1 200

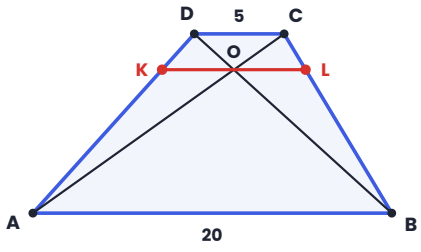
a) Ham verilerde saha sayısı ile vaka sayısı arasındaki ilişkinin yönü nedir? b) Bu ilişkiyi açıklayabilecek ortak değişkeni yazınız ve iki değişkeni nasıl etkilediğini açıklayınız. c) Her ilçe için 10 bin kişi başına saha ve vaka sayısını hesaplayınız ve haberin iddiasını yeniden değerlendiriniz.

Soru 3 (15 puan). ABCD paralelkenarında köşegenler O noktasında kesişiyor; AC = 10 cm, BD = 6 cm ve m(AOB) = 120°'dir.
a) Paralelkenarın alanını bulunuz. b) AB ve BC kenarlarının uzunluklarını bulunuz. c) D köşesinden AB kenarına (ya da uzantısına) inilen yüksekliği bulunuz.



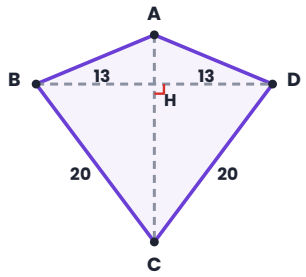
Prova 2, Soru 3.

Soru 4 (20 puan). ABCD yamuğunda AB // DC, AB = 20 cm, DC = 5 cm ve yükseklik 10 cm'dir. Köşegenler O'da kesişiyor; O'dan tabanlara paralel çizilen doğru yan kenarları K ve L'de kesiyor.
a) Yamuğun alanını bulunuz. b) AOB, COD, AOD ve BOC üçgenlerinin alanlarını bulunuz. c) KL uzunluğunu bulunuz.



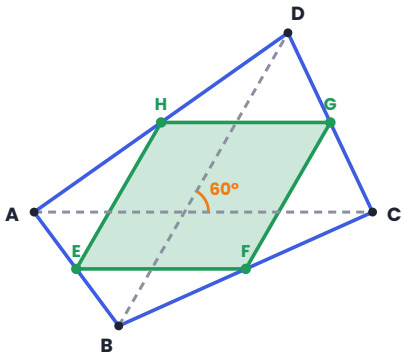
Prova 2, Soru 4: KL // AB ve KL, O noktasından geçiyor.

Soru 5 (15 puan). ABCD deltoidinde AB = AD = 13 cm, CB = CD = 20 cm ve BD köşegeni 24 cm'dir. Köşegenler H noktasında kesişiyor. a) AH ve CH uzunluklarını bulunuz. b) AC köşegenini ve deltoidin alanını bulunuz. c) Deltoidin simetri eksenini belirtip nedenini açıklayınız; çevresini bulunuz.



Prova 2, Soru 5.

Soru 6 (20 puan). Okul bahçesindeki ABCD biçimli oyun alanının köşegen yürüyüş yolları eşit uzunluktadır: AC = BD = 36 m ve yollar arasındaki açı 60°'dir. Kenarların orta noktaları E, F, G, H birleştirilerek EFGH biçimli bir sek sek bölgesi çizilecek (yeşil).
a) Oyun alanının alanını bulunuz. b) EFGH'nin hangi özel dörtgen olduğunu gerekçesiyle belirtiniz. c) Sek sek bölgesinin alanını ve çevresini bulunuz. Oyun alanının bu bölge dışında kalan kısmı kaç m²'dir?



Prova 2, Soru 6: oyun alanı ve sek sek bölgesi (yeşil).

Prova 2 – Cevap Anahtarı ve Puanlama

Soru 1. a) x arttıkça y artıyor, D dışındaki noktalar doğruya çok yakın ⇒ güçlü pozitif doğrusal ilişki **(2 p)**. D, aynı x = 4'teki C'den (62) ve doğrunun beklediği 5 · 4 + 42 = 62'den çok uzak (30); bilinen ayrı bir nedeni var (sakatlık) **(2 p)**.
b) Haftalık pratik 1 saat artınca puan ortalama 5 artıyor **(2 p)**. 42, x = 0 için tahmin; ama veride 0 saat yok (aralık 2–8), bu bir dışa değer kestirimidir, dikkatli yorumlanmalı **(2 p)**.
c) 5,5 aralıkta: 5 · 5,5 + 42 = 69,5 ⇒ yaklaşık 69–70 puan **(3 p)**.
d) 14 saat veri aralığının (2–8) çok dışında; dışa değer kestirimi güvenilmez ve 112 puan 100 üzerinden imkânsız **(2 p)**. Ayrıca ilişki neden-sonuç değildir; puanı yetenek, öğretmen desteği gibi başka etkenler de belirler (8 kişilik örneklem de küçük) **(2 p)**.

Soru 2. a) Saha sayısı arttıkça vaka sayısı da artıyor ⇒ pozitif ilişki **(3 p)**.
b) Nüfus: kalabalık ilçede hem daha çok saha yapılır hem daha çok kişi spor yapar ve daha çok sakatlık görülür **(5 p)**.
c) 10 bin kişide: P: 1,5 saha, 30 vaka; R: 1,2 saha, 32 vaka; S: 1,0 saha, 30 vaka **(4 p)**. Kişi başına bakınca saha sayısı azalırken vaka sayısı 30–32 arasında, belirgin bir yön yok ⇒ ham verideki pozitif ilişki nüfustan kaynaklanıyor; iddia desteklenmiyor (ayrıca 3 ilçelik veri ve ilişkiden neden çıkarılamaz) **(3 p)**.

Soru 3. a) Alan = ½ · 10 · 6 · sin 120° = 15√3 cm² **(5 p)**.
b) Köşegenler birbirini ortalar ⇒ AO = 5, BO = 3. AOB'de kosinüs teoremi: AB² = 5² + 3² − 2 · 5 · 3 · cos 120° = 34 + 15 = 49 ⇒ AB = 7 cm **(4 p)**. m(BOC) = 60° ⇒ BC² = 34 − 15 = 19 ⇒ BC = √19 cm **(3 p)**.
c) Alan = AB · h ⇒ 15√3 = 7h ⇒ h = 15√3 / 7 cm (≈ 3,71 cm) **(3 p)**.

Soru 4. a) $(20 + 5)/2 \cdot 10 = 125$ cm² **(4 p)**.
b) AOB ~ COD, oran 20 : 5 = 4 : 1 ⇒ O, yüksekliği 4 : 1 böler: AB'ye 8 cm, DC'ye 2 cm **(2 p)**. A(AOB) = ½ · 20 · 8 = 80, A(COD) = ½ · 5 · 2 = 5 **(3 p)**. A(AOD) = A(BOC) = (125 - 85)/2 = 20 cm² (ya da $\sqrt{(80 \cdot 5)} = 20$) **(3 p)**.
c) ADB üçgeninde KO // AB ve DO : DB = 1 : 5 ⇒ KO = 20 / 5 = 4 **(4 p)**. Benzer şekilde OL = 4 ⇒ KL = 8 cm **(4 p)**. (Genel kural: KL = 2ac / (a + c) = 2 · 20 · 5 / 25 = 8.)

Soru 5. a) Deltoidde köşegenler diktir ve AC, BD'yi ortalar ⇒ BH = 12 **(2 p)**. AH = $\sqrt{(13^2 - 12^2)} = 5$, CH = $\sqrt{(20^2 - 12^2)} = 16$ **(4 p)**.
b) AC = 5 + 16 = 21 cm; alan = (21 · 24)/2 = 252 cm² **(5 p)**.
c) Simetri ekseni AC: ABC ve ADC üçgenleri eş (KKK), AC boyunca katlanınca B ile D çakışır **(2 p)**. Çevre = 2 · (13 + 20) = 66 cm **(2 p)**.

Soru 6. a) Alan = ½ · 36 · 36 · sin 60° = $324\sqrt{3}$ m² (≈ 561,18) **(4 p)**.
b) Üçgende orta taban teoremi: EF ve HG, AC'ye paralel ve AC/2 = 18 m; FG ve EH, BD'ye paralel ve BD/2 = 18 m ⇒ EFGH paralelkenar **(4 p)**. AC = BD olduğundan dört kenar da 18 m ⇒ EFGH eşkenar dörtgen **(4 p)**.
c) Sek sek bölgesinin alanı oyun alanının yarısı: $162\sqrt{3}$ m² (≈ 280,59); çevresi 4 · 18 = 72 m **(5 p)**. Dışarıda kalan: $324\sqrt{3} - 162\sqrt{3} = 162\sqrt{3}$ m² (≈ 280,59) **(3 p)**.

Toplam: 15 + 15 + 15 + 20 + 15 + 20 = 100 puan. Eksik birim ya da gerekçesiz sonuç için ilgili adımın puanının yarısı verilir.

Son gün kontrol listesi

- [ ] Serpme grafiğinde **yön, biçim ve gücü** yorumlayabiliyor; r'nin işaretini büyüklüğünden ayırıyor, eğimi "ortalama değişim" olarak okuyorum.
- [ ] Ara değer ile dışa değer kestirimini ayırt ediyor; uç değerin eğim ve güç üzerindeki etkisini açıklayıp silinip silinmeyeceğine gerekçeyle karar veriyorum.
- [ ] r ≈ 0 olsa bile tepe ya da çukur biçimli güçlü bir ilişki olabileceğini biliyorum.
- [ ] Bir yorumu tartışırken neden-sonuç, ortak değişken, ters yön, örneklem, kesik eksen ve alan yanılgısını yokluyor; ham sayıları kişi başına oranlarla karşılaştırıyorum.
- [ ] İç açılar toplamını, ½ · e · f · sin θ formülünü, kenar orta noktalarının paralelkenarını ve açıortaylar arasındaki (C + D)/2 açısını gerekçesiyle kullanıyorum.
- [ ] Yamukta orta taban, köşegen orta noktaları, benzer üçgenler (alan oranı = uzunluk oranının karesi) ve eş alanlı yan üçgenleri; paralelkenarda iç nokta kuralını uygulayabiliyorum.
- [ ] Paralel kenar + açıortay gördüğümde ikizkenar üçgeni yakalıyor, özel dörtgenleri köşegenlerinden tanıyor, bir iddiayı somut bir karşı örnekle çürütebiliyorum.
- [ ] Her cevapta veri, işlem, sonuç, birim ve gerekçeyi yazıyorum.

Başarılar!

Kaynak: MEB ÖDSGM konu soru dağılım tablosu 2026-2027